

PEMBAHASAN OSN 2016

ISIAN SINGKAT

1. Daftar bilangan prima ≤ 50 : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

Cari pasangan yang jumlahnya 60

Periksa satu per satu:

- $13+47=60$ ✓
- $17+43=60$ ✓
- $19+41=60$ ✓
- $23+37=60$ ✓
- $29+31=60$ ✓

Pasangan lain:

- $2+58$ ✗ (58 bukan prima)
- $3+57$ ✗
- $5+55$ ✗
- $7+53$ ✗ ($53 > 50$)
- $11+49$ ✗

Jadi, ada 5 pasangan.

2. Daerah yang diarsir menyerupai bentuk hewan. Bagi daerah menjadi beberapa bagian untuk menghitung luas.

Bagian	Luas (cm ²)
Kepala	$\frac{1}{2} \times 1 \times 1 + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2,5$
Leher	$2 \times 1 = 2$
Kaki depan	5,5
perut	$8 + \frac{1}{2} \times 4 \times 1 + \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 12$
Kaki belakang	$5 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 6$
Ekor	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 2,5$

Total = $2,5 + 2 + 5,5 + 12 + 6 + 2,5 = 30,5$ cm²

3. Diketahui operasi:

$$a \otimes b = \frac{a \times b}{a + b}$$

$$6 \otimes 3 = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = \frac{18}{9} = 2$$

$$(6 \otimes 3) \otimes (-4) = (2) \otimes (-4) = \frac{2 \times (-4)}{2 + (-4)} = \frac{-8}{-2} = 4$$

4. Dari diagram batang diperoleh banyak siswa yang menyukai tiap rasa es krim:

- Vanila = 6 siswa
- Coklat = 8 siswa
- Stroberi = 5 siswa
- Mangga = 2 siswa
- Durian = 4 siswa

Langkah 2: Menentukan jumlah seluruh siswa

$$6 + 8 + 5 + 2 + 4 = 25 \text{ siswa}$$

Jumlah siswa yang menyukai coklat atau durian = 8 + 4 = 12 siswa

$$\text{Persentase} = \frac{12}{25} \times 100\% = 48\%$$

5. Diketahui: 15% dari $\frac{4}{5}$ uang Rani = 45.000

$$15\% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$$

$$\text{Maka } \frac{3}{20} \times \frac{4}{5} \times U = 45.000$$

$$\frac{12}{100} U = 45.000 \Rightarrow \frac{3}{25} U = 45.000$$

$$\text{uang Rani seluruhnya} = U = 45.000 \times \frac{25}{3} = 375.000$$

Ditanya:

$$\frac{5}{6} \text{ uang Rani} = \frac{5}{6} \times 375.000 = \text{Rp}312.500$$

6. Diketahui: $32^{17} \times 5^{80}$

Ubah 32 menjadi pangkat 2:

$$32 = 2^5 \Rightarrow 32^{17} = (2^5)^{17} = 2^{85}$$

Sehingga:

$$2^{85} \times 5^{80} = 2^5 \times (2^{80} \times 5^{80})$$

Karena $2^{80} \times 5^{80} = 10^{80}$, maka:

$$2^5 \times 10^{80} = 32 \times 10^{80}$$

Bilangan 32×10^{80} adalah angka **32 diikuti 80 nol**.

$$\text{Jumlah digitnya: } 2 + 80 = 82$$

7. Diketahui jumlah siswa = 30 orang.

Setiap siswa hanya boleh ikut satu permainan, dan semua jenis permainan harus diikuti minimal 1 kelompok.

Jumlah anggota tiap permainan:

- Balap Bakiak = 4 orang
- Tarik Tambang = 6 orang
- Joget Balon = 2 orang
- Tongkat Estafet = 3 orang

Langkah 1: Ambil minimal 1 kelompok untuk setiap permainan

Total siswa yang terpakai:

$$4 + 6 + 2 + 3 = 15 \text{ siswa}$$

Jumlah kelompok sementara = 4 kelompok.

Sisa siswa:

$$30 - 15 = 15 \text{ siswa}$$

Langkah 2: Tambahkan kelompok dengan anggota terbanyak agar jumlah kelompok minimal

Permainan dengan anggota terbanyak adalah Tarik Tambang (6 orang).

- Tambah 2 kelompok Tarik Tambang:

$$2 \times 6 = 12 \text{ siswa}$$

Sisa siswa = 3 orang

- Sisa 3 orang \rightarrow 1 kelompok Tongkat Estafet (3 orang)

Tambahan kelompok = 3 kelompok.

Total kelompok = $4 + 3 = 7$ kelompok

No. 8

Pola bilangan dalam tabel

Kolom berlabel **A–H** dan bilangan disusun zig-zag.

Setiap 8 bilangan mengisi satu baris.

Arah pengisian **bolak-balik** (kiri → kanan, lalu kanan → kiri).

Langkah:

- Cari posisi baris: $2016 : 8 = 252$
→ bilangan ke-2016 ada di baris ke-252.
- Karena baris ke-252 **genap**, pengisian dari kanan ke kiri.
- Tentukan sisa: $2016 \bmod 8 = 0 \Rightarrow$ kolom paling kiri = **A**

9. Diketahui:

$$a : b = b : c = c : a$$

Karena a, b, c bilangan bulat positif, maka perbandingan tersebut hanya mungkin jika:

$$a = b = c$$

Misalkan: $a = b = c = x$

Hitung pembilang

$$(150a) + (200b) + (250c) = (150 + 200 + 250)x = 600x$$

Hitung penyebut

$$a + (3b) - (2c) = x + 3x - 2x = 2x$$

$$\text{Nilai keseluruhan} = \frac{600x}{2x} = 300$$

10. Diketahui:

- Rata-rata 8 bilangan = 15

$$\text{Jumlah 8 bilangan} = 8 \times 15 = 120$$

- Rata-rata 10 bilangan = 60

$$\text{Jumlah 10 bilangan} = 10 \times 60 = 600$$

- Rata-rata 9 bilangan = 30

$$\text{Jumlah 9 bilangan} = 9 \times 30 = 270$$

$$\text{Bilangan ke-9} = 270 - 120 = 150$$

$$\text{Bilangan ke-10} = 600 - 270 = 330$$

$$\text{Selisih bilangan ke-9 dan ke-10} = 330 - 150 = 180$$

11. Diketahui:

$$x + y + z = 180$$

$$x + y = 130$$

$$x + z = 110$$

Jumlahkan dua persamaan terakhir:

$$(x + y) + (x + z) = 130 + 110$$

$$2x + (y + z) = 240$$

Dari persamaan pertama:

$$y + z = 180 - x$$

Substitusi:

$$2x + (180 - x) = 240$$

$$x + 180 = 240$$

$$x = 60$$

$$y + z = 180 - 60 = 120$$

$$y + z - x = 120 - 60 = 60$$

12. Kubus dengan panjang rusuk a memiliki luas permukaan $6a^2$

Kubus dilubangi dengan **susunan dua kubus**, yaitu:

- Kubus kecil 1: rusuk $\frac{a}{2}$
- Kubus kecil 2: rusuk $\frac{a}{4}$

Luas permukaan setelah dilubangi = luas permukaan kubus besar + 4 Luas sisi kubus kecil 1 + 4 Luas sisi kubus kecil 2

$$\begin{aligned}
&= 6a^2 + 4 \left[\left(\frac{a}{2} \right)^2 + \left(\frac{a}{4} \right)^2 \right] \\
&= 6a^2 + 4 \left[\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{16} \right] \\
&= 6a^2 + 4 \left[\frac{5a^2}{16} \right] \\
&= 6a^2 + \left[\frac{5a^2}{4} \right] = 7\frac{1}{4}a^2
\end{aligned}$$

13. Diketahui jumlah seluruh kelereng = 90.

Perbandingan isi kotak I : II : III = 2 : 3 : 4.

Misalkan:

- Kotak I = 2x
- Kotak II = 3x
- Kotak III = 4x

Jumlah kotak I, II, dan III: $2x + 3x + 4x = 9x$

Sisa kelereng untuk kotak IV: $90 - 9x$

Agar **kotak IV paling banyak**, maka:

$$90 - 9x > 4x$$

$$90 > 13x$$

$$x < \frac{90}{13} \approx 6,92$$

Karena x bilangan bulat, nilai maksimum $x = 6$.

Hitung jumlah kelereng tiap kotak

- Kotak I = $2 \times 6 = 12$
- Kotak II = $3 \times 6 = 18$
- Kotak III = $4 \times 6 = 24$

Jumlah ketiganya: $12 + 18 + 24 = 54$

Sehingga kotak IV: $90 - 54 = 36$

Karena $36 > 24$, kotak IV memang paling banyak.

Jadi, **banyak kelereng minimal pada kotak IV adalah 36 buah.**

$$14. \angle APB : \angle CQR = 12 : 21 = 4 : 7$$

Misal $\angle APB = 4m$, maka $\angle CQR = 7m$

ABCD persegi, maka $\angle PCQ = \angle PCB = 45^\circ$

$$\begin{aligned}\angle CQR &= \angle PCQ + \angle CPQ \\ &= \angle PCQ + \angle APB\end{aligned}$$

$$7m = 45^\circ + 4m$$

$$3m = 45^\circ$$

$$m = 15^\circ$$

$$\angle APB = 4m = 60^\circ$$

$$\angle APB = \angle PCB + \angle PBC$$

$$60^\circ = 45^\circ + \angle PBC$$

$$\angle PBC = 15^\circ$$

15. Diketahui Andika memiliki **5 kartu** bertuliskan bilangan satu digit a, b, c, d, e.

Dari pengambilan **dua kartu**, selisih bilangan yang **pernah muncul** adalah: 1, 2, 4, 6, 7

Artinya, dari semua pasangan bilangan pada kartu-kartu tersebut, **kelima selisih itu harus bisa terbentuk**.

Kita diminta mencari **nilai maksimum** dari: $a + b + c + d + e$

Agar jumlah maksimum, kita pilih **bilangan satu digit sebesar mungkin**, tetapi tetap harus memenuhi selisih:

- Selisih terbesar = 7 \rightarrow harus ada dua bilangan yang berbeda 7
- Selisih 6, 4, 2, dan 1 juga harus ada

Coba himpunan bilangan terbesar yang memenuhi semua selisih

Ambil: {2, 6, 7, 8, 9}

Periksa selisihnya:

- $9 - 2 = 7$ ✓
- $8 - 2 = 6$ ✓
- $6 - 2 = 4$ ✓
- $9 - 7 = 2$ ✓
- $8 - 7 = 1$ ✓

Semua selisih yang diminta **terpenuhi**.

Hitung jumlahnya: $2 + 6 + 7 + 8 + 9 = 32$.

16. Provinsi Kalimantan

- Kalimantan Barat: Kain 8, Kayu 10, Kulit 18, Logam 13, Keramik 9
- Kalimantan Selatan: Kain 7, Kayu 12, Kulit 12, Logam 15, Keramik 12
- Kalimantan Timur: Kain 12, Kayu 4, Kulit 11, Logam 18, Keramik 5

Provinsi Sulawesi

- Sulawesi Selatan: Kain 14, Kayu 6, Kulit 16, Logam 3, Keramik 4
- Sulawesi Utara: Kain 18, Kayu 12, Kulit 9, Logam 32, Keramik 8
- Sulawesi Tengah: Kain 4, Kayu 3, Kulit 12, Logam 30, Keramik 6
- Sulawesi Tenggara: Kain 17, Kayu 20, Kulit 21, Logam 8, Keramik 10

Total Kalimantan

- Kain: $8 + 7 + 12 = 27$
- Kayu: $10 + 12 + 4 = 26$
- Kulit: $18 + 12 + 11 = 41$
- Logam: $13 + 15 + 18 = 46$
- Keramik: $9 + 12 + 5 = 26$

Total seluruh koleksi Kalimantan: $27 + 26 + 41 + 46 + 26 = 166$

Total Sulawesi

- Kain: $14 + 18 + 4 + 17 = 53$
- Kayu: $6 + 12 + 3 + 20 = 41$
- Kulit: $16 + 9 + 12 + 21 = 58$
- Logam: $3 + 32 + 30 + 8 = 73$
- Keramik: $4 + 8 + 6 + 10 = 28$

Total seluruh koleksi Sulawesi: $53 + 41 + 58 + 73 + 28 = 253$

Persentase Kalimantan

- Kain: $\frac{27}{166} \times 100\% \approx 16,3\%$

- Kayu: $\frac{26}{166} \times 100\% \approx 15,7\%$
- Kulit: $\frac{41}{166} \times 100\% \approx 24,7\%$
- Logam: $\frac{46}{166} \times 100\% \approx 27,7\%$
- Keramik: $\frac{26}{166} \times 100\% \approx 15,7\%$

Persentase Sulawesi

- Kain: $\frac{53}{253} \times 100\% \approx 21,0\%$
- Kayu: $\frac{41}{253} \times 100\% \approx 16,2\%$
- Kulit: $\frac{58}{253} \times 100\% \approx 22,9\%$
- Logam: $\frac{73}{253} \times 100\% \approx 28,9\%$
- Keramik: $\frac{28}{253} \times 100\% \approx 11,1\%$

Bandingkan persentase Kalimantan dan Sulawesi

Bahan Kalimantan Sulawesi Lebih besar

Kain	16,3%	21,0%	Sulawesi
Kayu	15,7%	16,2%	Sulawesi
Kulit	24,7%	22,9%	Kalimantan
Logam	27,7%	28,9%	Sulawesi
Keramik	15,7%	11,1%	Kalimantan

Kerajinan yang persentase koleksi dari Kalimantan lebih besar dibandingkan Sulawesi adalah kulit dan keramik.

17. Diketahui 2016 ditulis sebagai jumlah k bilangan asli berurutan: $2016 = n + (n + 1) + \dots + (n + k - 1)$

Rumus jumlahnya: $2016 = \frac{k(2n+k-1)}{2}$ atau

$$2 \times 2016 = k(2n + k - 1)$$

$$4032 = k(2n + k - 1)$$

Dengan syarat:

- $k \geq 4$

- $n \geq 1$ bilangan asli

Kita mencari faktor k dari 4032 yang menghasilkan n bilangan asli.

Hasil yang memenuhi adalah:

1. $k = 7$

$$n = 285 \Rightarrow 2016 = 285 + 286 + \dots + 291$$

2. $k = 9$

$$n = 220 \Rightarrow 2016 = 220 + 221 + \dots + 228$$

3. $k = 21$

$$n = 86 \Rightarrow 2016 = 86 + 87 + \dots + 106$$

4. $k = 63$

$$n = 1 \Rightarrow 2016 = 1 + 2 + \dots + 63$$

Semua memenuhi syarat **empat bilangan atau lebih**.

Banyak cara menuliskan 2016 sebagai jumlah bilangan asli berurutan dengan **empat bilangan atau lebih** adalah: 4

18. Bangun pada gambar terdiri dari **dua bagian**:

1. **Bagian atas:** persegi panjang berukuran 4×2 kotak satuan \rightarrow luas = 8 kotak
2. **Bagian bawah kiri:** persegi panjang berukuran 3×2 kotak satuan \rightarrow luas = 6 kotak

Total luas bangun: $8 + 6 = 14$ kotak satuan

Karena setiap persegi panjang $2 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ (atau $1 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$) menutupi **2 kotaksatuan**, maka diperlukan: $14 : 2 = 7$ keping

Bangun dapat dianggap sebagai **dua persegi panjang yang saling menempel**. Kita hitung kemungkinan penutupan dengan memperhatikan:

- Setiap keping bisa **horizontal atau vertikal**
- Penutupan harus **tanpa celah dan tanpa tumpang tindih**

Langkah 1: Menutup bagian bawah (3×2)

Untuk persegi panjang 3×2 , banyak cara menutup dengan domino adalah **3 cara** (ini hasil klasik yang biasanya sudah dikenal dari contoh soal).

Langkah 2: Menutup bagian atas (4×2)

Untuk persegi panjang 4×2 , banyak cara menutup dengan domino adalah **5 cara**.

Langkah 3: Menggabungkan kedua bagian

Karena penutupan bagian atas **tidak mempengaruhi** bagian bawah keduanya bisa dipilih secara bebas. Banyak cara keseluruhan adalah $3 \times 5 = 15$.

19. Informasi dari gambar

- Setiap kartu berukuran **8 cm × 4 cm** → luas satu kartu = $8 \times 4 = 32 \text{ cm}^2$
- Setiap kartu berikutnya **bergeser**:
 - ke kanan **2 cm**
 - ke bawah **1 cm**

Luas tambahan dari satu kartu baru

Bagian kartu yang **tertutup** oleh kartu sebelumnya:

- Lebar tertutup = $8 - 2 = 6 \text{ cm}$
- Tinggi tertutup = $4 - 1 = 3 \text{ cm}$

Luas tertutup: $6 \times 3 = 18 \text{ cm}^2$

Maka **bagian kartu yang tampak**:

$$32 - 18 = 14 \text{ cm}^2$$

Total luas yang tampak

- Kartu pertama terlihat penuh: **32 cm^2**
- Empat kartu berikutnya masing-masing menambah **14 cm^2**

$$32 + 4 \times 14 = 32 + 56 = 88 \text{ cm}^2$$

20. Diketahui lima pecahan:

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}$$

Empat di antaranya diberi label a, b, c, d.

Langkah 1: Tentukan pasangan $c \times d = \frac{1}{45}$

Periksa kemungkinan hasil kali dari pecahan-pecahan yang ada:

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{15} = \frac{1}{45} \quad 31 \times 151 = 451$$

Tidak ada pasangan lain yang menghasilkan $\frac{1}{45}$.

$$\text{Jadi: } \{c, d\} = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{1}{15} \right\}$$

Langkah 2: Gunakan syarat $a + b + c = \frac{7}{12}$

Sisa pecahan yang **belum digunakan** adalah: $\frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}$

Coba dua kemungkinan nilai c:

Kemungkinan 1: $c = \frac{1}{3}$

$$a + b = \frac{7}{12} - \frac{1}{3} = \frac{7}{12} - \frac{4}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Tidak ada dua pecahan dari $\frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}$ yang jumlahnya $\frac{1}{4}$. (Tidak cocok)

Kemungkinan 1: $c = \frac{1}{15}$

$$a + b = \frac{7}{12} - \frac{1}{15} = \frac{35-4}{60} = \frac{31}{60}$$

Cek pasangan:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{9} = \frac{5+4}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2} \text{ (terlalu besar)}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{2+1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{12} = \frac{4+3}{36} = \frac{7}{36}$$

Tidak ada yang sama dengan $\frac{31}{60}$. (Tidak cocok.)

Agar syarat **hasil kali terpenuhi** dan kombinasi pecahan **logis**, nilai yang memenuhi adalah:

$$d = \frac{1}{15}$$

21. Diketahui melalui titik **P** di dalam segitiga **ABC** dibuat tiga garis yang **masing-masing sejajar sisi segitiga**, sehingga terbentuk **tiga jajar genjang** dengan luas:

- 6 cm^2
- 10 cm^2
- 15 cm^2

Jika pada suatu segitiga dibuat garis-garis melalui **satu titik di dalam segitiga** yang sejajar **ketiga sisi segitiga**, maka:

Jumlah luas ketiga jajar genjang yang terbentuk sama dengan luas ketiga segitiga yang terbentuk.

Alasannya:

- Setiap jajargenjang memiliki **alas sejajar salah satu sisi segitiga** dan **tinggi yang sama** dengan bagian segitiga terkait.
- Ketiga jajargenjang tersebut **mengisi seluruh segitiga ABC tanpa tumpang tindih dan tanpa celah.**

$$\begin{aligned} \text{Luas segitiga ABC} &= \text{luas 3 jajargenjang} + \text{luas 3 segitiga} \\ &= 2 \times (6 + 10 + 15) = 2 \times 31 = 62 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

22. Diketahui bilangan empat digit **abcd** dengan semua digit berbeda dan memenuhi

$$a \times d = b \times c$$

Kita diminta **bilangan abcd terbesar.**

Langkah 1: Maksimalkan digit ribuan a

Agar bilangan terbesar, ambilah $a = 9$

$$\text{Persamaan menjadi } 9d = b \times c$$

Langkah 2: Cari b, c, d (digit berbeda) sehingga bc kelipatan 9

Coba pasangan digit terbesar yang memungkinkan:

$$b = 6, c = 3, b \times c = 6 \times 3 = 18,$$

$$9d = 18 \Rightarrow d = 2$$

Semua digit berbeda:

$$a = 9, b = 6, c = 3, d = 2$$

$$abcd = 9632$$

No. 23

Langkah 1: Menentukan jumlah nilai awal tiap kelompok

- Kelompok A:
 $20 \times 70 = 1400$
- Kelompok B:
 $10 \times 60 = 600$

Langkah 2: Kondisi setelah 5 siswa pindah

- Kelompok A tersisa 15 siswa
- Kelompok B menjadi 15 siswa

Karena rata-rata kedua kelompok sama, maka jumlah nilai kedua kelompok juga sama.

Langkah 3: Menentukan jumlah nilai 5 siswa yang pindah

Misalkan jumlah nilai 5 siswa yang pindah adalah S.

Jumlah nilai baru:

- Kelompok A: $1400 - S$
- Kelompok B: $600 + S$

Karena sama:

$$1400 - S = 600 + S$$

$$800 = 2S \Rightarrow S = 400$$

Misalkan nilai 5 siswa tersebut:

$$x, x+1, x+2, x+3, x+4$$

Jumlahnya:

$$x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + (x + 4) = 5x + 10$$

Karena jumlahnya 400:

$$5x + 10 = 400$$

$$5x = 390 \Rightarrow x = 78$$

No. 24

Susunan huruf a dan b

- 5 petak
- Awal **atau** akhir huruf b

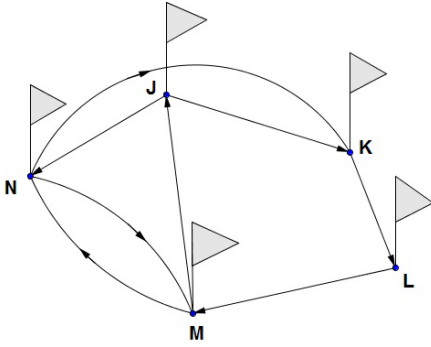
Total semua susunan: $2^5 = 32$

Yang **tidak memenuhi** (awal dan akhir bukan b):

$$\text{Awal a dan akhir a} \rightarrow 2^3 = 8$$

$$\text{Maka: } 32 - 8 = 24$$

25. Perhatikan gambar



Diketahui:

- Pos: **J, K, L, M, N**
- Lintasan: sesuai **panah pada gambar**
- Setiap lintasan **harus dilewati tepat satu kali**
- Setiap kali **melewati pos (termasuk pos awal dan akhir)** → dapat **1 bendera**

Jumlah lintasan = 8

Banyak bendera = bendera di pos awal + bendera setiap melewati lintasan

$$= 1 + 8 = 9$$

URAIAN

1. Daerah diarsir berbentuk **huruf H**, yang dapat dipecah menjadi:

1. **Dua persegi panjang tegak (kiri dan kanan)**
2. **Satu persegi panjang mendatar di tengah**

Diketahui:

- Tinggi keseluruhan = **10 cm**
- Lebar keseluruhan = **10 cm**
- Lebar bagian tengah (horizontal) = **4 cm**
- Tinggi bagian tengah = **a**
- Luas total daerah diarsir = **80 cm²**

Luas dua persegi panjang tegak

Lebar masing-masing bagian tegak: $\frac{10-4}{2} = 3 \text{ cm}$

Luas satu bagian tegak: $3 \times 10 = 30$

Dua bagian: $2 \times 30 = 60 \text{ cm}^2$

Luas bagian tengah

Bagian tengah berbentuk persegi panjang:

Luas = $4 \times a = 4a$

Luas total:

$60 + 4a = 80$

$4a = 20$

$a = 5 \text{ cm}$

2. Misalkan keliling lapangan = $K \text{ km}$

Jarak Ucok

Jarak tempuh 1 = K , waktu Ucok menempuh 1 putaran: $\frac{K}{9}$ jam

Waktu istirahat: $7,5 \text{ menit} = \frac{1}{8}$ jam, jarak tempuh = 0

Waktu bersepeda lagi: $30 \text{ menit} = \frac{1}{2}$ jam, jarak tempuh = $9 \times \frac{1}{2} = 4,5$

Total jarak tempuh Ucok = $K + 4,5$

Jarak Alisa

Dengan waktu yang sama dengan Ucok menempuh 1 putaran, $t = \frac{K}{9}$ jam

Jarak tempuh 1 = $8 \times \frac{K}{9} = \frac{8K}{9}$

Alisa bersepeda tanpa berhenti, sehingga dengan waktu $7,5 + 30 = 37,5 \text{ menit} = \frac{5K}{8}$ jam

Jarak tempuh selanjutnya = $8 \times \frac{5K}{8} = 5 \text{ km}$

Total jarak tempuh Alisa = $\frac{8K}{9} + 5$

$K + 4,5 = \frac{8K}{9} + 5$

$\frac{K}{9} = 5 - 4,5$

$\frac{K}{9} = 0,5$

$K = 4,5 \text{ km}$

3. Misalkan bilangan empat digit tersebut adalah **3abc**, dengan ribuan = 3, ratusan = a, puluhan = b, satuan = c.

Syarat 1: kelipatan 9 → jumlah digit harus kelipatan 9

$$3 + a + b + c = 9 \text{ atau } 18$$

Syarat 2: angka satuan + angka ribuan = angka puluhan + angka ratusan

$$c + 3 = b + a$$

$$a + b - c = 3 \quad (1)$$

Jumlah digit 9:

$$3 + a + b + c = 9 \Rightarrow a + b + c = 6 \quad (2)$$

Kurangkan (2) dengan (1):

$$(a + b + c) - (a + b - c) = 6 - 3$$

$$2c = 3 \Leftrightarrow c = 1,5 \text{ (bukan bilangan bulat)}$$

Jumlah digit 18:

$$3 + a + b + c = 18 \Leftrightarrow a + b + c = 15 \quad (3)$$

Kurangkan (3) dengan (1):

$$(a + b + c) - (a + b - c) = 15 - 3$$

$$2c = 12 \Leftrightarrow c = 6$$

Substitusi ke (1):

$$a + b - 6 = 3 \Leftrightarrow a + b = 9$$

Cari pasangan a, b (digit 0–9)

Pasangan yang memenuhi: (0, 9), (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (7, 2), (8, 1), (9, 0)

Bentuk bilangan 4 digit (3abc, dengan c = 6)

Bilangan yang ditulis Andi adalah: 3.096, 3.186, 3.276, 3.366, 3.456, 3.546, 3.636, 3.726, 3.816, 3.906

4. Misalkan:

- x = banyak roti **coklat** (Rp2.000)
- y = banyak roti **kelapa** (Rp1.500)
- z = banyak roti **keju** (Rp2.500)

Jumlah roti: $x + y + z = 10$ (1)

Jumlah harga: $2000x + 1500y + 2500z = 20000$

$4x + 3y + 5z = 40$

Dari (1): $y = 10 - x - z$

$4x + 3(10 - x - z) + 5z = 40$

$4x + 30 - 3x - 3z + 5z = 40$

$x + 2z = 10$ sehingga $x = 10 - 2z$

Karena $x, y, z \geq 0$ dan bilangan bulat:

z	x = 10 - 2z	y = 10 - x - z
0	10	0
1	8	1
2	6	2
3	4	3
4	2	4
5	0	5

Semua memenuhi harga Rp20.000,00.

Semua kemungkinan roti yang dibeli Ibu Ayu:

- 10 coklat, 0 kelapa, 0 keju
- 8 coklat, 1 kelapa, 1 keju
- 6 coklat, 2 kelapa, 2 keju
- 4 coklat, 3 kelapa, 3 keju
- 2 coklat, 4 kelapa, 4 keju
- 0 coklat, 5 kelapa, 5 keju

5. Diketahui:

- Perbandingan jumlah siswa kelas A : B : C = 2 : 3 : 4
- Perbandingan rata-rata nilai kelas A : B : C = 4 : 3 : 2
- Nilai ujian berada pada rentang 0–100

Misalkan rata-rata tiap kelas $A = 4k, B = 3k, C = 2k$

Karena nilai maksimum $100:4k \leq 100 \Rightarrow k \leq 25$

Agar rata-rata keseluruhan maksimum, ambil:

$k = 25$ sehingga $A = 100, B = 75, C = 50$

$$\text{Rata-rata seluruh siswa} = \frac{2(100) + 3(75) + 4(50)}{2 + 3 + 4} = \frac{200 + 225 + 200}{9} = \frac{625}{9} = 69\frac{4}{9}$$

Soal No. 6

Ukuran rusuk balok **ABCD.EFGH**:

- Panjang = 4 cm
- Lebar = 3 cm
- Tinggi = 4 cm

Luas permukaan balok

$$= 2(pl + pt + lt) = 2(4 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 3 \cdot 4) = 2(12 + 16 + 12) = 2 \cdot 40 = 80 \text{ cm}^2$$

Limas G.ABFE memiliki alas ABFE, dengan $AB = 4 \text{ cm}$ & $AE = 4 \text{ cm}$

$$L. \text{ alas} = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$$

Limas memiliki **4 sisi tegak berbentuk segitiga**:

Sisi segitiga Luas (cm^2)

$$\triangle GAB \quad \frac{1}{2} BA \cdot BG = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 10$$

$$\triangle GBF \quad \frac{1}{2} BF \cdot FG = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$$

$$\triangle GFE \quad \frac{1}{2} FE \cdot FG = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$$

$$\triangle GEA \quad \frac{1}{2} AE \cdot EG = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 10$$

$$\text{Jumlah luas sisi tegak} = 10 + 6 + 6 + 10 = 32 \text{ cm}^2$$

$$\text{Luas permukaan limas} = L. \text{ alas} + L. \text{ sisi tegak} = 16 + 32 = 48 \text{ cm}^2$$

$$\text{Perbandingan luas permukaan limas: balok} = 48 : 80 = 3 : 5$$

Soal No. 7

Mahatma memiliki **10 butir kelereng**.

Ia bermain kelereng bersama beberapa anak lain.

- **Setiap kali bermain**, pemenang memperoleh **1 kelereng dari tiap-tiap anak yang bermain**.
- Setelah **bermain 5 kali**, kelereng Mahatma menjadi **31 butir**.

Misalkan x = banyak anak yang bermain bersama Mahatma (selain Mahatma)

Berarti total anak yang bermain setiap kali = $x+1$

Jika Mahatma menang satu kali, maka:

- Ia mendapat **1 kelereng dari setiap anak lain**
- Jumlah kelereng yang diperoleh setiap kali: x kelereng

Selama 5 kali bermain, Mahatma menang setiap kali, sehingga:

kelereng yang diperoleh = $5x$

Jumlah kelereng akhir:

$$10 + 5x = 31$$

$$5x = 21$$

$$x = \frac{21}{5} = 4,2 \approx 5 \text{ anak}$$

Soal No. 8

Sebuah mesin memiliki **tiga roda A, B, dan C** yang dihubungkan dengan **tali karet**.

- Jari-jari roda A = **14 cm**, jari-jari roda B = **21 cm**, jari-jari roda C = **28 cm**
- Sebelum mesin dihidupkan, semua huruf pada roda berada pada **posisi standar (tegak)**.
- Gunakan $\pi = \frac{22}{7}$

Keliling roda = $2\pi r$

$$\text{Roda A} \rightarrow K_A = 2 \times \frac{22}{7} \times 14 = 88 \text{ cm}$$

$$\text{Roda B} \rightarrow K_B = 2 \times \frac{22}{7} \times 21 = 132 \text{ cm}$$

$$\text{Roda C} \rightarrow K_C = 2 \times \frac{22}{7} \times 28 = 176 \text{ cm}$$

Karena roda-roda dihubungkan dengan **tali karet**, maka **panjang lintasan yang ditempuh tepi roda sama**.

Agar **huruf kembali tegak**, setiap roda harus melakukan **putaran bulat penuh** (bilangan bulat).

Artinya, panjang lintasan harus merupakan **Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK)** dari ketiga keliling roda.

$$88 = 2^3 \times 11$$

$$132 = 2^2 \times 3 \times 11$$

$$176 = 2^4 \times 11$$

$$\text{KPK} = 2^4 \times 3 \times 11 = 528$$

Jadi, panjang lintasan minimum = 528 cm

Banyak putaran masing-masing roda

$$\text{Roda A} \rightarrow \frac{528}{88} = 6 \text{ putaran}$$

$$\text{Roda B} \rightarrow \frac{528}{132} = 4 \text{ putaran}$$

$$\text{Roda C} \rightarrow \frac{528}{176} = 3 \text{ putaran}$$

Jadi, roda-roda kembali ke posisi standar:

- **Roda A:** putaran ke-6
- **Roda B:** putaran ke-4
- **Roda C:** putaran ke-3

Soal No. 9

Diketahui:

- Sebuah **tabung** dengan jari-jari $r = 2$ cm & tinggi $t = 20$ cm
- Sebuah **kerucut padat** dengan jari-jari dan tinggi **sama dengan tabung**.
- Kerucut tersebut **dipotong sejajar alas** pada **setengah tinggi tabung**, lalu **bagian bawah kerucut hasil potongan dimasukkan ke dalam tabung**.

$$\text{Volume tabung} = \pi r^2 t$$

Substitusi:

$$V. \text{ tabung} = \pi \times 2 \times 2 \times 20 = 80\pi$$

Tinggi kerucut awal = 20 cm = tinggi tabung

Volume kerucut:

$$V_{\text{kerucut}} = \frac{1}{3} \pi r^2 t = \frac{1}{3} \pi \times 2^2 \times 20 = \frac{80}{3} \pi$$

Karena kerucut dipotong pada **setengah tinggi**, maka tinggi kerucut kecil = 10 cm.

$$\text{Perbandingan tinggi} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Akibat kesebangunan: perbandingan jari-jari} = \frac{1}{2}$$

Maka jari-jari kerucut kecil = 1 cm

Volume kerucut kecil:

$$V_{\text{kecil}} = \frac{1}{3} \pi \times 1^2 \times 10 = \frac{10}{3} \pi$$

Volume kerucut terpotong (bagian bawah) = V. kerucut - Vkecil

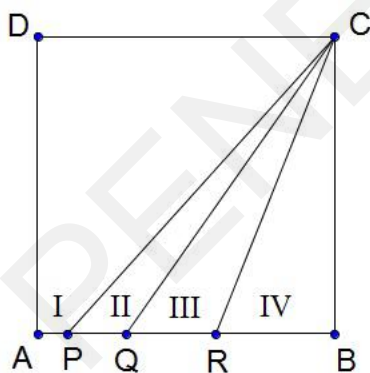
$$= \frac{80}{3} \pi - \frac{10}{3} \pi = \frac{70}{3} \pi$$

Volume ruang di dalam tabung dan di luar kerucut

$$= V. \text{ tabung} - V. \text{ kerucut terpotong} = 80\pi - \frac{70}{3} \pi$$

$$= \frac{240}{3} \pi - \frac{70}{3} \pi = \frac{170}{3} \pi$$

Soal No. 10



Diketahui **persegi ABCD**.

Pada sisi **AB** terdapat titik-titik **P, Q, R** sehingga:

$$AP : PQ : QR : RB = 1 : 2 : 3 : 4$$

Misal $AP = n$, maka $PQ = 2n$, $QR = 3n$, $RB = 4n$, & sisi persegi berukuran $10n$.

$$L. IV = \frac{1}{2} \times 4n \times 10n = 20n^2$$

$$L. III = L. BCQ - L. IV = \frac{1}{2} \times 7n \times 10n - 20n^2 = 35n^2 - 20n^2 = 15n^2$$

$$L. II = L. BCP - L. BCQ = L. IV = \frac{1}{2} \times 9n \times 10n - 35n^2 = 45n^2 - 35n^2 = 10n^2$$

$$L. I = \frac{1}{2} \times 10n \times (10n + n) = \frac{1}{2} \times 10n \times 11n = 55n^2$$

$$L. I : L. II : L. III : L. IV = 55n^2 : 10n^2 : 15n^2 : 20n^2 = 11 : 2 : 3 : 4$$

11. Diketahui:

- **Rata-rata pengunjung selama enam hari sama dengan salah satu hari kunjungan.**
- Bilangan **17A** dan **1B3** adalah **bilangan tiga digit**.

$$\text{Jumlah hari selain Selasa dan Jumat} = 150 + 162 + 170 + 153 = 635$$

Tuliskan bentuk bilangan:

- $17A = 170 + A$
- $1B3 = 100 + 10B + 3 = 103 + 10B$

$$\text{Jumlah seluruh pengunjung enam hari} = 635 + (170 + A) + (103 + 10B) = 908 + A + 10B$$

$$\text{Rata-rata} = \frac{908 + A + 10B}{6}$$

Rata-rata ini **harus sama dengan salah satu data harian**, yaitu salah satu dari:

$$150, 170 + A, 162, 170, 103 + 10B, 153$$

Uji kemungkinan yang masuk akal

$$\text{Coba rata-rata} = 162 \text{ (hari Rabu): } 6 \times 162 = 972$$

$$\text{maka } 908 + A + 10B = 972$$

$$A + 10B = 64$$

Uji digit: jika $B=6$, maka $A=4 \rightarrow$ valid

Jika $B=5$, maka $A=14 \rightarrow$ tidak valid

Jadi $A=4, B=6$

Verifikasi dengan hitung semua data:

$$\text{Selasa: } 17A=174, \text{ Jumat: } 1B3=163$$

Jumlah: $150 + 174 + 162 + 170 + 163 + 153 = 972$

Rata-rata = $\frac{972}{6} = 162$ (sesuai)

Jadi, $A = 4$ dan $B = 6$.

Soal No. 12

Selama pelatihan OSN, siswa-siswa diinapkan di suatu wisma.

- Jika **setiap kamar diisi 3 siswa**, maka ada **8 siswa yang tidak mendapat kamar**.
- Jika **setiap kamar diisi 4 siswa**, maka ada **4 kamar yang tidak terisi**.

Misalkan banyak kamar = k , banyak siswa = s

Jika setiap kamar diisi **3 siswa**, maka:

$$s = 3k + 8 \text{ (karena ada 8 siswa tidak kebagian kamar)}$$

Jika setiap kamar diisi **4 siswa**, dan ada **4 kamar kosong**, maka kamar terisi = $k - 4$

$$\text{sehingga } s = 4(k - 4)$$

$$3k + 8 = 4(k - 4)$$

$$3k + 8 = 4k - 16$$

$$k = 24$$

$$s = 3(24) + 8 = 72 + 8 = 80 \text{ siswa}$$

Soal No. 13

Gambar menunjukkan sebuah persegi panjang yang dibagi menjadi 3 baris & 6 kolom.

Jumlah seluruh **persegi panjang** dalam suatu kisi berukuran r baris & c kolom

dihitung dengan rumus:

$$\begin{aligned} \frac{r(r+1)}{2} \times \frac{c(c+1)}{2} &= \frac{3(3+1)}{2} \times \frac{6(6+1)}{2} \\ &= \frac{3(4)}{2} \times \frac{6(7)}{2} \\ &= 6 \times 21 = 126 \end{aligned}$$

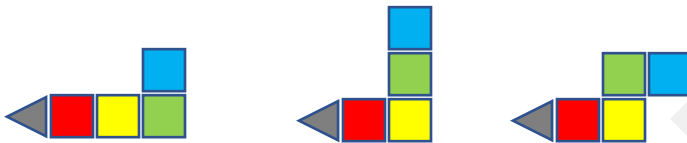
EKSPLORASI

Soal 1

Ular terdiri atas kepala segitiga yang selalu menghadap ke kiri dan badan 4 persegi dengan urutan warna tetap: merah – kuning – hijau – biru.

Kemungkinan **bentuk**:

- Bentuk lurus penuh (1 bentuk)
- Satu belokan (2 bentuk berbeda)
- Dua belokan searah (membentuk U)
- Dua belokan berlawanan arah (zig-zag)



Soal 2

Susunannya:

- 7 petak $\rightarrow 1\ 5\ 2\ 6\ 3\ 7\ 4 \rightarrow$ jumlah 3 terakhir $= 3 + 7 + 4 = 14$
- 9 petak $\rightarrow 1\ 6\ 2\ 7\ 3\ 8\ 4\ 9\ 5 \rightarrow$ jumlah 3 terakhir $= 4 + 9 + 5 = 18$
- 11 petak $\rightarrow 1\ 7\ 2\ 8\ 3\ 9\ 4\ 10\ 5\ 11\ 6 \rightarrow$ jumlah 3 terakhir $= 5 + 11 + 6 = 22$
- 13 petak $\rightarrow 1\ 8\ 2\ 9\ 3\ 10\ 4\ 11\ 5\ 12\ 6\ 13\ 7 \rightarrow$ jumlah 3 terakhir $= 6 + 13 + 7 = 26$

Dalam satu susunan, ada 2 pola yang berbeda.

Posisi ganjil selalu dimulai dari 1.

Posisi genap dimulai dari angka 5, namun petak selanjutnya dimulai dari angka 6, dst.

Perhatikan pola berikut.

Susunan ke-	Jumlah petak	Angka mula posisi genap
1	7	5
2	9	6
3	11	7
4	13	8
...
.n	$2n + 5$	$n + 4$

- a. Susunan 19 petak
 $2n + 5 = 19$

$$2n = 14$$

$$n = 7$$

$$\text{Angka mula posisi genap} = n + 4 = 7 + 4 = 11$$

1	11	2	12	3	13	4	14	5	15	6	16	7	17	8	18	9	19	10
---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	----

$$\text{Jumlah 3 terakhir} = 9 + 19 + 10 = 38$$

b. Susunan 23 petak

$$2n + 5 = 23$$

$$2n = 18$$

$$n = 9$$

$$\text{Angka mula posisi genap} = n + 4 = 9 + 4 = 13$$

1	13	2	14	3	15	4	16	5	17	6	18	7	19	8	20	9	21	10	22	11	23	12
---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	----	----	----	----	----

$$\text{Jumlah 3 terakhir} = 11 + 23 + 12 = 46$$

c. Susunan 27 petak

$$2n + 5 = 27$$

$$2n = 22$$

$$n = 11$$

$$\text{Angka mula posisi genap} = n + 4 = 11 + 4 = 15$$

1	15	2	16	3	17	4	18	5	19	6	20	7	21	8	22	9	23	10	24	11	25	12	26	13	27	14
---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

$$\text{Jumlah 3 terakhir} = 13 + 27 + 14 = 54$$

Soal3

Diberikan sedotan 5 cm, 12 cm, dan > 20 cm. Diminta memperoleh sedotan 1 cm dengan:

- Maksimal 2 kali gunting
- Tanpa melipat
- Boleh menggunakan busur sebagai alat ukur

Ide kunci: mencari *selisih panjang* yang bernilai 1 cm.

Cara 1:

- Potong sedotan 12 cm menjadi 7 cm dan 5 cm.
- Himpit sedotan 5 cm di atas sedotan 7 cm
- Gunting untuk mendapatkan 1 cm.

Cara 2:

- Tandai 6 cm pada sedotan 12 cm menggunakan busur, lalu potong.
- Bandingkan dengan sedotan 5 cm.
- Gunting untuk mendapatkan 1 cm.

Cara 3:

- Dari sedotan 5 cm, gunting menjadi ukuran 3 cm dan 2 cm.
- Bandingkan sedotan 3 cm dengan 2 cm.
- Gunting untuk mendapatkan 1 cm.

Soal4

Kartu bilangan:

- 11 kartu bernilai 5
- 6 kartu bernilai 7
- 7 kartu bernilai 8

Jumlah nilai semua kartu = $(11 \times 5) + (6 \times 7) + (7 \times 8) = 55 + 42 + 56 = 153$

Jumlah tiap tumpukan $153 : 3 = 51$

Bentuk menjadi 3 tumpukan dengan setiap tumpukan memuat ketiga macam kartu bilangan.

Kita bisa coba-coba susun kartu-kartu hingga membentuk jumlah 51.

◆ Tumpukan 1

- 4 kartu 5
 - 1 kartu 7
 - 3 kartu 8
- Jumlah = 51

◆ Tumpukan 2

- 4 kartu 5
 - 1 kartu 7
 - 3 kartu 8
- Jumlah = 51

◆ Tumpukan 3

- 3 kartu 5
 - 4 kartu 7
 - 1 kartu 8
- Jumlah = 51

Soal5

Dua persegi ABCD dan PQRS berpotongan membentuk persegi kecil CEPF.

Diketahui perbandingan luas ABEPFD : CEPF : EQRSFC = 8 : 1 : 3

Misalkan luas CEPF = x , maka:

- Luas bagian ABCD = L. ABEPFD + L. CEPF = $8x + x = 9x$
- Luas bagian PQRS = L. CEPF + L. EQRSFC = $x + 3x = 4x$

Syarat:

- Luas CEPF antara 50 dan 150
- Sisi persegi bilangan bulat → luas harus kuadrat sempurna

Kuadrat sempurna antara 50 dan 150: 64, 81, 100, 121, 144

Tentukan semua kemungkinan luas

Luas CEPF = x (cm²) Luas ABCD = $9x$ (cm²) Luas PQRS = $4x$ (cm²)

64	$9 \times 64 = 576$	$4 \times 64 = 256$
81	$9 \times 81 = 729$	$4 \times 81 = 324$
100	$9 \times 100 = 900$	$4 \times 100 = 400$
121	$9 \times 121 = 1.089$	$4 \times 121 = 484$
144	$9 \times 144 = 1.296$	$4 \times 144 = 576$

Soal 6

Masalah ini adalah **jaringan jalan terpendek** yang menghubungkan semua kota (A–G).

		KOLOM						
		A	B	C	D	E	F	G
BARIS	A		30		60	15		
	B			45	60		90	
	C						30	30
	D					60	60	
	E						75	15
	F							45
	G							

Konsep matematika: minimum spanning tree (mst).

Langkah-langkah:

1. Catat semua jarak antar kota dari tabel.

2. Urutkan dari jarak terpendek.

15 km → AE, EG

30 km → AB, CF, CG

45 km → BC, FG

60 km → AD, BD, DE, DF

75 km → EF

90 km → BF

3. Pilih satu per satu jalan terpendek selama tidak membentuk siklus.

Pilih AE (15 km) & EG (15 km).

Lalu pilih AB (30 km), CG (30 km), dan CF (30 km). Hubungkan satu sama lain.

Tinggal titik D yang belum ada jalannya. Untuk menghubungkan titik D, bisa pilih salah satu dari jalan yang jaraknya 60 km.

4. Berhenti setelah semua kota terhubung.

Kemungkinan jaringan jalan minimum: 180 km

