

PEMBAHASAN OSN 2023

ISIAN SINGKAT

1. isi petak-petak dengan huruf:

- Bilangan pertama: $\square 3 6 \Rightarrow a36$
- Bilangan kedua: $4 \square 4 \Rightarrow 4b4$
- Hasil penjumlahan: $6 3 \square \Rightarrow 63c$

Persamaan penjumlahan:

$$a36 + 4b4 = 63c$$

Hitung masing-masing posisi:

Cek satuan

$$6 + 4 = 10 \rightarrow \text{satuan} = 0, \text{ simpan } 1, \text{ maka } c = 0$$

Cek puluhan

$$3 + b + 1 = 3 \rightarrow b + 4 = 3 \rightarrow b = 9$$

Cek ratusan

$$a + 4 + 1 = 6 \rightarrow a = 1$$

$$136 + 494 = 630 \checkmark \text{ cocok!}$$

Sehingga $a = 1, b = 9, c = 0$

$$1 + 9 + 0 = 10$$

2. Kelipatan persekutuan 5 dan 11 adalah kelipatan dari KPK(5,11).

Karena 5 dan 11 relatif prima,

$$\text{KPK}(5,11) = 5 \times 11 = 55$$

Kita cari banyaknya kelipatan 55 yang kurang dari 1000:

$$55 < n < 1000$$

$$n < \frac{1.000}{55}$$

Nilai n yang mungkin: 1, 2, 3, ..., 18 \rightarrow ada 18 bilangan.

3. Agar jumlah faktor primanya sekecil mungkin, ambil dua faktor prima terkecil, yaitu 2 dan 3.

Jumlahnya $= 2 + 3 = 5$ (ini jumlah paling kecil yang mungkin).

Maka bilangan yang memenuhi syarat harus berbentuk $2^a \times 3^b$ dengan $a, b \geq 1$ agar kedua faktor prima muncul.

Daftar bilangan dua digit yang bisa dibentuk dari faktor 2 dan 3:

- $2 \times 3 = 6$ (bukan dua digit)
- $2^2 \times 3 = 12$
- $2 \times 3^2 = 18$
- $2^3 \times 3 = 24$
- $2^2 \times 3^2 = 36$
- $2^4 \times 3 = 48$
- $2^3 \times 3^2 = 72$
- $2^5 \times 3 = 96$

Dari daftar tersebut, yang terbesar adalah 96

4. Agar selalu ada anak yang diundang memiliki hari dan bulan lahir yang sama dengan Andi atau teman lainnya, maka ada $7 \text{ hari} \times 12 \text{ bulan} = 84$ kemungkinan berbeda. Salah satu kemungkinannya Senin, Januari, yaitu Andi.

Jumlah minimal yang perlu diundang = 1 orang yang hari & bulannya sama dengan Andi + 83 orang (83 kemungkinan sisanya) = 84 orang.

5. Jika jumlah setiap 4 petak berurutan sama, maka susunan angkanya:

- Posisi 1, 5, 9, 13 sama
- Posisi 2, 6, 10, 14 sama
- Posisi 3, 7, 11, 15 sama
- Posisi 4, 8, 12 sama

Dari gambar kita baca nilai-nilai yang diketahui:

- Petak ke-3 = x = petak 11 = 47
- Petak ke-10 = y = petak 14 = 77

$$x + y = 47 + 77 = 124$$

6. Untuk membuat bilangan sebesar mungkin kita pilih aaa sebesar mungkin, yaitu 9.

Supaya $a \cdot e$ besar, pilih e juga besar

coba $e=8$ sehingga $a \cdot e = 9 \cdot 8 = 72$

Kita perlu tiga digit berbeda $b, c, d \neq 9, 8$ dengan hasil kali 72.

$$\text{Faktorasi } 72 = 2^3 \cdot 3^2.$$

Kombinasi digit yang memenuhi dan memberi tiga digit berbeda terbesar adalah 6, 4, 3 karena $6 \cdot 4 \cdot 3 = 72$.

Susunan digit agar menjadi bilangan terbesar adalah menempatkan urutan menurun di posisi $b = 6, c = 4, d = 3$

Jadi bilangan terbaik adalah 96.438.

7. Misalkan:

- Berat akuarium kosong = K
- Berat air penuh = A

Diketahui:

1. Setengah terisi: $K + \frac{1}{2}A = 44$

2. Tiga perempat terisi: $K + \frac{3}{4}A = 64$

Kurangkan persamaan kedua dengan pertama:

$$K + \frac{3}{4}A - (K + \frac{1}{2}A) = 64 - 44$$

$$\frac{1}{4}A = 20$$

$$A = 80$$

Substitusi ke persamaan pertama:

$$K + \frac{1}{2}(80) = 44$$

$$K = 44 - 40 = 4 \text{ kg}$$

8. Misalkan uang Zidan = Z.
- Hana (H) 15% kurang dari Zidan
 $H = 0,85Z$
 - Kiky 20% lebih dari Hana
 $K = 1,2H = 1,2 \times 0,85Z = 1,02Z$
- Maka perbandingan uang Kiky dan Zidan:

$$K : Z = 1,02 : 1$$

$$= 102 : 100 = 51 : 50$$

9. Total kelereng = **225**
 Empat anak pertama (Adi, Beni, Cecep, Dani) memiliki perbandingan: 3 : 2 : 4 : 1
 (total = 10 bagian)

Misalkan total kelereng untuk empat anak ini = T,
 Edi menerima 225-T.

Karena **Edi menerima paling sedikit**, maka:

$$225 - T < \text{jumlah kelereng Dani} = \frac{1}{10} T$$

Syarat:

$$\text{Edi} < \text{Dani}$$

$$225 - T < \frac{T}{10}$$

Kalikan 10:

$$2250 - 10T < T$$

$$2250 < 11T$$

$$T > \frac{2.250}{11} \approx 204,545$$

Karena T harus bilangan bulat dan proporsional dengan rasio 3 : 2 : 4 : 1, maka T harus merupakan **kelipatan 10 yang lebih besar dari 204,545**.

Kelipatan 10 berikutnya: T = 210

$$\text{Edi} = 225 - 210 = 15 \text{ kelereng}$$

$$10. \frac{a}{b} = \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \frac{1}{10 \times 13} + \frac{1}{13 \times 16}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{3} \left(\frac{7-4}{7 \times 4} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{10-7}{10 \times 7} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{13-10}{13 \times 10} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{16-13}{16 \times 13} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{13} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{16} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{16} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{3}{16} \right) = \frac{1}{16}$$

$$a = 1, b = 16$$

$$b - a = 16 - 1 = 15$$

$$11. V = \pi r^2 t$$

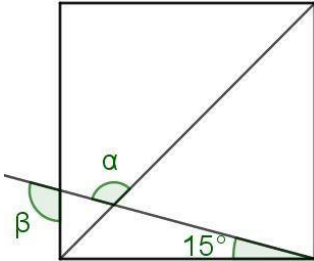
Karena t sama, maka:

$$\frac{V_a}{V_b} = \frac{r_a^2}{r_b^2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{r_a}{r_b} = \frac{1}{2}$$

jari-jari tabung A : jari-jari tabung B = 1 : 2

12. Perhatikan gambar berikut.



Diagonal persegi membentuk sudut 45°

$$\alpha = 180^\circ - (45^\circ + 15^\circ) = 120^\circ$$

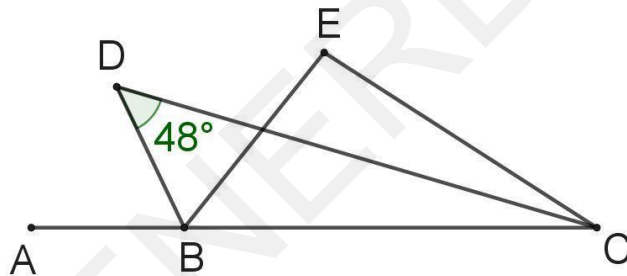
$$\text{sudut pelurus } \beta + \text{sudut siku-siku} + 15^\circ = 180^\circ$$

$$\text{sudut siku-siku} + 15^\circ = 180^\circ - \text{sudut pelurus } \beta$$

$$\beta = 180^\circ - \text{sudut pelurus } \beta = \text{sudut siku-siku} + 15^\circ = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$$

$$\alpha + \beta = 120^\circ + 105^\circ = 225^\circ.$$

13. Perhatikan gambar berikut.



BD merupakan garis bagi sudut ABE, maka $\angle ABE = 2\alpha$

CD merupakan garis bagi sudut BCE, maka $\angle BCE = 2\beta$

Perhatikan segitiga BDC.

- Sudut CBD = $180^\circ - \alpha$

- sudut BCD = β ,

- sudut BDC = 48° .

Jumlah sudut segitiga:

$$(180 - \alpha) + \beta + 48 = 180$$

$$-\alpha + \beta + 48 = 0$$

$$\beta = \alpha - 48.$$

$$\angle BEC = 180^\circ - (\angle EBC + \angle BCE)$$

Perhatikan $\angle EBC = 180^\circ - 2\alpha$, dan $\angle BCE = 2\beta$
 Jadi $\angle BEC = 180^\circ - ((180^\circ - 2\alpha) + 2\beta) = 2(\alpha - \beta)$.
 Substitusi $\beta = \alpha - 48$ menghasilkan
 $\angle BEC = 2 \cdot 48^\circ = 96^\circ$

14. Misalkan titik pertemuan sisi miring kiri P berada di koordinat $(x, 2)$ (tengah tinggi karena tanda sama pada kedua sisi tegak menunjukkan $PA = PB \Rightarrow y = 2$).

Segitiga kiri memiliki alas 4 (sisi vertikal) dan tinggi x , jadi luasnya

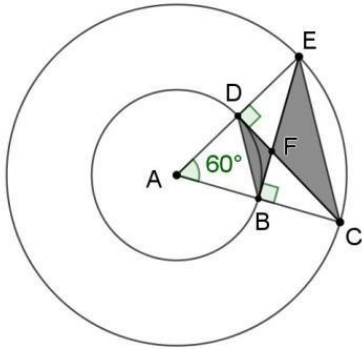
$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot x = 2x.$$

Segitiga kanan sama besar juga $2x$. Di tengah ada belah ketupat dengan diagonal vertikal

4 dan diagonal horizontal $8 - 2x$, sehingga luasnya $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (8 - 2x) = 16 - 4x$.

Total luas hiasan: $2x + (16 - 4x) + 2x = 16 \text{ inch}^2$

15. Perhatikan gambar berikut.



Ruas garis CD tegak lurus AE dan Ruas garis BE tegak lurus AC , jari-jari lingkaran luar dan dalam adalah masing-masing 2 cm dan 1 cm dengan sudut EAC adalah 60° . Jika $DF = BF$ maka Luas $\triangle CEF$ ditambah Luas $\triangle BDF$ adalah ... cm^2 .

Karena $AD = AB = 1 \text{ cm}$ & sudut $BAD 60^\circ$, maka BAD segitiga sama sisi. $BD = AB = 1 \text{ cm}$

Begitu juga $AC = AE = 2 \text{ cm}$ & sudut $EAC 60^\circ$, maka EAC segitiga sama sisi. $EC = AC = 2 \text{ cm}$

Karena EAC & BAD segitiga sama sisi, Dari titik A , buat garis sudut ke tengah EC .

Misal G di tengah BD & H di tengah CE .

$$AG = AB \sin 60^\circ = 1 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} = \frac{1}{2} \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$AH = AC \sin 60^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} = \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$GH = AH - AG = \sqrt{3} - \frac{1}{2} \sqrt{3} = \frac{1}{2} \sqrt{3} \text{ cm}$$

Karena $BDEC$ trapesium sama kaki, $GF : FH = 1 : 2$

$$GF = \frac{1}{3} GH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} = \frac{1}{6} \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$FH = \frac{2}{3} GH = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} = \frac{1}{3} \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2}BD \cdot FG + \frac{1}{2}CE \cdot FH \\
&= \frac{1}{2} \left(1 \cdot \frac{1}{6}\sqrt{3} + 2 \cdot \frac{1}{3}\sqrt{3} \right) \\
L. BDF + L. CEF &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6}\sqrt{3} + \frac{2}{3}\sqrt{3} \right) \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{5}{6}\sqrt{3} \right) = \frac{5}{12}\sqrt{3} \text{ cm}^2
\end{aligned}$$

16. Siswa yang nilainya kurang dari 70:

20 → 1

30 → 3

40 → 2

50 → x

60 → 7

Jumlahnya:

$$1 + 3 + 2 + x + 7 = 13 + x = 18 \text{ orang, } x = 5 \text{ orang}$$

Total seluruh siswa

$$1 + 3 + 2 + 5 + 7 + 6 + 5 + 2 + 1 = 32$$

Persentase siswa yang mendapat nilai 50

$$\frac{5}{32} \times 100\% = 15,625\%$$

17. Ambil 9 bilangan terkecil yang mungkin dan berbeda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$$\text{Jumlahnya: } 1 + 2 + \dots + 9 = 45$$

$$\text{Maka nilai maksimum dari } x = 200 - 45 = 155$$

18. Bilangan Wendy berjumlah 10 dengan rata-rata 120, sehingga jumlah awal:

$$10 \times 120 = 1200$$

Sepuluh bilangan prima pertama adalah:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

Jumlahnya:

$$2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 23 + 29 = 129$$

Setiap data ditambah satu bilangan prima secara berurutan, berarti total penambahannya juga 129.

Jumlah data baru:

$$1200 + 129 = 1329$$

Rata-rata baru:

$$\frac{1329}{10} = 1.329$$

19. Kita anggap tiap ruas mendatar dan tiap ruas menanjak mempunyai panjang yang sama, misalkan setiap ruas = L km. Dari gambar ada 3 ruas mendatar dan 2 ruas menanjak, sehingga total jarak = 5L.

Kecepatan:

- mendatar: 8 km/jam

- tanjakan pertama (turun 25%): $0,75 \times 8 = 6$ km/jam
- tanjakan kedua (turun 50%): $0,5 \times 8 = 4$ km/jam

Waktu tempuh total:

$$T = \frac{3L}{8} + \frac{L}{6} + \frac{L}{4} = 4 \text{ jam.}$$

Hitung jumlah pecahan:

$$\begin{aligned} \frac{3L}{8} + \frac{L}{6} + \frac{L}{4} \\ = \frac{9L + 4L + 6L}{24} = \frac{19L}{24} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } \frac{19L}{24} = 4 \rightarrow L = \frac{96}{19} \text{ km}$$

Total jarak dari start ke finish:

$$5L = 5 \cdot \frac{96}{19} = \frac{480}{19} \text{ km} \approx 25,26 \text{ km}$$

20. Misalkan tinggi awal Rafa dan Soni saat kelas I adalah h cm (karena sama).

Kelas III

Tinggi Rafa = bertambah 10%

$$R_3 = 1,1h$$

Tinggi Soni = bertambah 10 cm

$$S_3 = h + 10$$

Kelas VI

Tinggi Rafa bertambah 10 cm dari tinggi kelas III

$$R_6 = 1,1h + 10$$

Tinggi Soni bertambah 10% dari tinggi kelas III

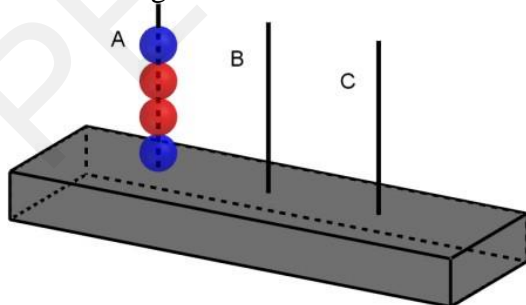
$$S_6 = 1,1(h + 10) = 1,1h + 11$$

$$\text{Selisih Tinggi di Kelas VI} = (1,1h + 11) - (1,1h + 10) = 1 \text{ cm}$$

21. Banyak kelompok berbeda yang bisa dibentuk dari 5 nelayan jika setiap kali berangkat terdiri dari 3 orang adalah kombinasi:

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3! 2!} = 10 \text{ kelompok.}$$

22. Perhatikan gambar berikut.



Susunan bola pada tiang A (dari atas ke bawah): Biru, Merah, Merah, Biru

Jadi urutannya: B1 – M1 – M2 – B2.

Langkah-langkah:

- Pindahkan B1 ke tiang B
- Pindahkan M1 ke tiang B
- Pindahkan M2 ke tiang C
- Pindahkan B2 ke tiang B
- Pindahkan M2 ke tiang B

Minimum 5 langkah

23. $2p + \frac{1}{2}q + r = 12$ dengan syarat p, q, r bilangan bulat,

$$4 \leq p < 6 \Rightarrow p \in \{4, 5\}, q > 3 \Rightarrow q \geq 4, \text{ dan } r \geq 0.$$

Karena $2p$ dan r bilangan bulat, $\frac{q}{2}$ juga harus bilangan bulat $\rightarrow q$ genap ($q = 4, 6, 8, \dots$).

$$\text{Dari persamaan dapat ditulis } r = 12 - 2p - \frac{q}{2}$$

Cari semua pasangan (p, q) yang menghasilkan $r \geq 0$ bilangan bulat:

$$\text{Jika } p = 4: r = 12 - 8 - \frac{q}{2} = 4 - \frac{q}{2}$$

Dengan q genap ≥ 4 , kemungkinan $q = 4, 6, 8$ memberi $r = 2, 1, 0$ (lainnya menghasilkan $r < 0$) \rightarrow solusi $(4, 4, 2), (4, 6, 1), (4, 8, 0)$.

$$\text{Jika } p = 5: r = 12 - 10 - \frac{q}{2} = 2 - \frac{q}{2}$$

Dengan q genap ≥ 4 , hanya $q = 4$ memberi $r = 0 \rightarrow$ solusi $(5, 4, 0)$.

Jadi terdapat 4 susunan berbeda:

$(4, 4, 2), (4, 6, 1), (4, 8, 0), (5, 4, 0)$.

Banyak susunan berbeda adalah 4.

24. Urutan alfabet: E, J, N, O.

Setiap huruf pertama menyumbang $3! = 6$ kode.

Posisi 1–6: mulai dengan E

Posisi 7–12: mulai dengan J

Posisi 13–18: mulai dengan N \rightarrow posisi 15 ada di sini (adalah urutan ke-3 dalam blok N)

Dalam blok N, urutan berdasarkan huruf kedua (E, J, O), masing-masing punya 2 susunan sisa.

Posisi ke-3 dalam blok N ada pada huruf kedua J, susunan selanjutnya adalah E, O.

Jadi kode ke-15 adalah NJEO.

25. Jumlah titik = 8. Banyak cara memilih 3 titik dari 8 adalah $\binom{8}{3} = 56$.

Namun ada 5 titik yang terletak pada satu garis (titik-titik pada diameter horizontal). Setiap pilihan 3 titik yang semuanya dari kelima titik itu tidak membentuk segitiga (koliner). Banyak

pilihan seperti itu adalah $\binom{5}{3} = 10$.

Jadi banyak segitiga berbeda yang dapat dibentuk adalah

$$56 - 10 = 46 \text{ segitiga.}$$

URAIAN SINGKAT

1. Pola 1 ukuran 2×2 kotak
Pola 2 ukuran 3×3 kotak
Pola 3 ukuran 4×4 kotak
Pola 4 ukuran 5×5 kotak, dan seterusnya sehingga.
Pola 7 ukurannya 8×8 kotak

1	2	3	4	5	6	7	8
16	15	14	13	12	11	10	9
17	18	19	20	21	22	23	24
32	31	30	29	28	27	26	25
33	34	35	36	37	38	39	40
48	47	46	45	44	43	42	41
49	50	51	52	53	54	55	56
64	63	62	61	60	59	58	57

Pola 7

Pada petak kuning, bisa dilihat jumlah dua petak kuning dalam 1 kolom = 65
Ada 8 kolom jadi $8 \times 65 = 520$
Jumlah bilangan pada petak-petak warna kuning pola 7 = 520

2. Syarat habis dibagi 18 \rightarrow harus habis dibagi 2 dan habis dibagi 9.

Syarat habis dibagi 2

Digit terakhir B harus genap: $B \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$

Syarat habis dibagi 9

Jumlah digit harus kelipatan 9:

$$5 + A + 3 + B = 8 + A + B$$

$$8 + A + B \equiv 0 \pmod{9}$$

Artinya $A + B \equiv 1 \pmod{9}$

Jadi kemungkinan $A + B = 1$ atau $A + B = 10$

Cek semua pasangan (A, B)

$$A + B = 1$$

B harus genap \Rightarrow satu-satunya yang mungkin:

$$B = 0, A = 1$$

$$A + B = 10$$

Coba semua B genap:

$$B = 0, A = 10 \text{ (tidak bisa)}$$

$$B = 2, A = 8 \text{ (bisa)}$$

$$B = 4, A = 6 \text{ (bisa)}$$

$$B = 6, A = 4 \text{ (bisa)}$$

$$B = 8, A = 2 \text{ (bisa)}$$

Bilangan yang terbentuk: 5.130, 5.832, 5.634, 5.436, 5.238

3. Harga beli baju per lusin = Rp1.200.000
Untuk 2 lusin: $2 \times 1.200.000 = 2.400.000$
Berat 1 lusin = 3,5 kg
Berat 2 lusin = $2 \times 3,5 = 7$ kg

Ongkos kirim = $7 \times \text{Rp}10.000$ per kg = Rp70.000
 Total modal = $2.400.000 + 70.000 = 2.470.000$
 Jumlah baju = 2 lusin = 24 baju
 Harga jual satuan = Rp150.000
 $24 \times 150.000 = 3.600.000$
 Keuntungan = $\text{Rp}3.600.000 - \text{Rp}2.470.000 = \text{Rp}1.130.000$

4. Senin: CKCCKKK

Jumlah huruf = 7

Jumlah C = 3

Persentase: $\frac{3}{7} \times 100\% \approx 42,86\%$

Selasa: KCCKCCKKK

Jumlah huruf = 9

Jumlah C = 4

Persentase: $\frac{4}{9} \times 100\% \approx 44,44\%$

Rabu: KCKCK

Jumlah huruf = 5

Jumlah C = 2

Persentase: $\frac{2}{5} \times 100\% = 40\%$

Kamis: CKKCCCCKKKK

Jumlah huruf = 11

Jumlah C = 5

Persentase: $\frac{5}{11} \times 100\% \approx 45,45\%$

Persentase tertinggi Roti Coklat dibuat pada hari Kamis, yaitu sekitar 45,45%.

5. $a * b = \frac{a+b}{2}$

$(((((0 * c) * c) * c) * c) * c) * c = 1$

$\left(\left(\left(\left(\frac{0+c}{2}\right) * c\right) * c\right) * c\right) * c = 1$

$\left(\left(\left(\left(\frac{c}{2}\right) * c\right) * c\right) * c\right) * c = 1$

$\left(\left(\left(\left(\frac{\frac{c}{2}+c}{2}\right) * c\right) * c\right) * c\right) * c = 1$

$\left(\left(\left(\left(\frac{\frac{3c}{2}}{2}\right) * c\right) * c\right) * c\right) * c = 1$

$\left(\left(\left(\left(\frac{3c}{4}\right) * c\right) * c\right) * c\right) * c = 1$

$\left(\left(\left(\left(\frac{\frac{3c}{4}+c}{2}\right) * c\right) * c\right) * c\right) * c = 1$

$\left(\left(\left(\left(\frac{\frac{7c}{4}}{2}\right) * c\right) * c\right) * c\right) * c = 1$

$\left(\left(\left(\left(\frac{\frac{7c}{8}}{2}\right) * c\right) * c\right) * c\right) * c = 1$

$$\left(\frac{7c}{8} + c\right) * c = 1$$

$$\left(\frac{15c}{8}\right) * c = 1$$

$$\left(\frac{15c}{16}\right) * c = 1$$

$$\frac{15c}{16} + c = 1$$

$$\frac{31c}{16} = 1$$

$$\frac{31c}{32} = 1$$

$$c = \frac{32}{31}$$

6. Volume bak air

$$60 \times 60 \times 70 = 252000 \text{ cm}^3 = 252 \text{ liter}$$

Setiap hari:

Pukul 05.00 → bak ditambah 45 L (dianggap selesai pada pukul 05.00).

Mulai pukul 06.00 hingga malam hari → dipakai sehingga berkurang 22 L.

Kenaikan bersih per hari: $45 - 22 = 23$ liter/hari

Mulai dari 0 liter, tiap hari bertambah 23 L (pada malam hari), lalu tambahkan 45 L kembali masuk setiap pukul 05.00 hari berikutnya.

Cari jumlah hari hingga volume mendekati 252 L:

$$\frac{252}{23} \approx 10,956$$

Artinya setelah 10 hari, volume = $10 \times 23 = 230$ liter

Pada hari ke-11 pukul 05.00, ditambah 45 liter → $230 + 45 = 275$ liter

Karena kapasitas bak hanya 252 liter, maka bak sudah penuh sebelum mencapai 45 liter tambahan itu.

Berapa tambahan yang dibutuhkan untuk penuh?

$$252 - 230 = 22 \text{ liter}$$

Jadi pada hari ke-11, saat proses pengisian sampai mencapai 22 liter, bak langsung penuh. Namun karena soal menyatakan bahwa “pukul 05.00 bak selesai diisi 45 liter”, berarti seluruh tambahan 45 liter diberikan tepat pada pukul 05.00 (langsung masuk sekaligus), sehingga:

→ Pada pukul 05.00 hari ke-11, volume bak melewati kapasitasnya dan di saat itu pertama kali mencapai penuh.

7. Calculate the area of one small square

The total area is 14 cm^2 and there are 8 squares.

$$\text{Area of one square} = \frac{14}{8} = 1.75 \text{ cm}^2$$

Calculate the area of the top shaded triangle

The top shaded triangle has a base spanning two squares and a height spanning one square.

$$\text{Area of top triangle} = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height}.$$

The base of the top triangle is equal to two sides of a square, and its height is equal to one side of a square. Let the side length of a small square be s .

$$\text{Area of top triangle} = \frac{1}{2} \times (2s) \times s = s^2$$

The area of the top triangle is equal to the area of one small square.

$$\text{Area of top triangle} = 1.75 \text{ cm}^2$$

Calculate the area of the bottom shaded triangle

The bottom shaded triangle has a base spanning four squares and a height spanning one square.

$$\text{Area of bottom triangle} = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height}.$$

The base of the bottom triangle is equal to four sides of a square, and its height is equal to one side of a square.

$$\text{Area of bottom triangle} = \frac{1}{2} \times (4s) \times s = 2s^2$$

$$\text{Area of bottom triangle} = 2 \times 1.75 \text{ cm}^2 = 3.5 \text{ cm}^2$$

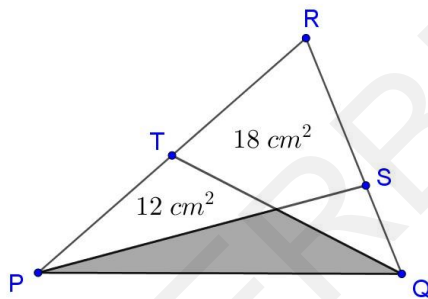
Calculate the total shaded area

The total shaded area is the sum of the areas of the two triangles.

$$\text{Total shaded area} = \text{Area of top triangle} + \text{Area of bottom triangle}.$$

$$\text{Total shaded area} = 1.75 \text{ cm}^2 + 3.5 \text{ cm}^2 = 5.25 \text{ cm}^2$$

8. Perhatikan gambar berikut.



T titik tengah PR , maka $PT : TR = 1 : 1$

$$\frac{L.PQT}{L.QTR} = \frac{PT}{TR} = \frac{1}{1}$$

$$L.PQT = L.QTR$$

$QS : SR = 3 : 5$, maka

$$\frac{L.PQS}{L.PSR} = \frac{QS}{SR} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{L.PQS}{L.PSR} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{L.PQS}{30} = \frac{3}{5}$$

$$L.PQS = \frac{3}{5} \times 30 = 18$$

L. segitiga yang diarsir = n

$$L.PQT = L.QTR$$

$$n + 12 = 18 + (18 - n)$$

$$2n = 36 - 12$$

$$n = 12 \text{ cm}^2$$

9. Volume Subsidi = $(20 \text{ L} \times 100) + (30 \text{ L} \times 120) + (40 \text{ L} \times 250) + (50 \text{ L} \times 180) + (60 \text{ L} \times 140) + (70 \text{ L} \times 80)$
 $= 2000 \text{ L} + 3600 \text{ L} + 10000 \text{ L} + 9000 \text{ L} + 8400 \text{ L} + 5600 \text{ L} = 38600 \text{ L}$
 Volume Non Subsidi = $(20 \text{ L} \times 50) + (30 \text{ L} \times 140) + (40 \text{ L} \times 160) + (50 \text{ L} \times 100) + (60 \text{ L} \times 60) + (70 \text{ L} \times 35)$
 $= 1000 \text{ L} + 4200 \text{ L} + 6400 \text{ L} + 5000 \text{ L} + 3600 \text{ L} + 2450 \text{ L} = 22650 \text{ L}$
 Pendapatan Subsidi = $38600 \text{ L} \times \text{Rp}10.000,00/\text{L} = \text{Rp}386.000.000,00$
 Pendapatan Non Subsidi = $22650 \text{ L} \times \text{Rp}13.000,00/\text{L} = \text{Rp}294.450.000,00$
 Selisih Pendapatan = Pendapatan Subsidi – Pendapatan Non Subsidi
 $= \text{Rp}386.000.000,00 - \text{Rp}294.450.000,00 = \text{Rp}91.550.000,00$

10. Perbandingan rata-rata nilai kelas A : B : C = 3 : 2 : 4
 Rentang nilai = 0–100
 Maka nilai rata-rata maksimal tercapai jika ketiganya dikalikan dengan faktor terbesar sehingga nilai tertinggi (kelas C) tetap ≤ 100 .

Misalkan rata-rata:

$$A = 3k, B = 2k, C = 4k$$

$$\text{Karena } C \text{ maksimum } 100 \rightarrow 4k = 100 \Rightarrow k = 25$$

Maka rata-rata maksimal:

$$A = 3 \times 25 = 75$$

$$B = 2 \times 25 = 50$$

$$C = 4 \times 25 = 100$$

Langkah 2: Menghitung rata-rata gabungan seluruh siswa

Banyak siswa kelas A : B : C = 13 : 11 : 11

$$\text{Total} = 13 + 11 + 11 = 35$$

Rata-rata gabungan

$$= \frac{13(75) + 11(50) + 11(100)}{35}$$

$$= \frac{975 + 550 + 1100}{35}$$

$$= \frac{2.625}{35} = 75$$

11. 1.000 meter = 1 km, 60 menit = 1 jam

Hitung masing-masing kecepatan setiap pembalap.

$$\text{Kecepatan} = \frac{\text{panjang lintasan (km)}}{\text{waktu (jam)}}$$

Nama Pembalap	Panjang Lintasan yang Dilalui (km)	Waktu Tempuh (jam)	Kecepatan (km/jam)
Ayrton Senna	54.000 m = 54 km	20 menit = $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ jam	$\frac{54}{\frac{1}{3}} = 162$

Michael Schumacher	45.000 m = 45 km	15 menit = $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ jam	$\frac{45}{\frac{1}{4}} = 180$
Lewis Hamilton	63.000 m = 63 km	30 menit = $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$ jam	$\frac{63}{\frac{1}{2}} = 126$
Ananda Mikola	49.000 m = 49 km	a menit = $\frac{a}{60}$ jam	$\frac{49}{\frac{a}{60}} = \frac{2.940}{a}$
Fernando Alonso	52.000 m = 52 km	26 menit = $\frac{26}{60} = \frac{13}{30}$ jam	$\frac{52}{\frac{13}{30}} = 120$

$$\text{rata-rata kecepatan} = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5}{5} = 147$$

$$\frac{162 + 180 + 126 + \frac{2940}{a} + 120}{5} = 147$$

$$\frac{588 + \frac{2940}{a}}{5} = 147$$

Kalikan kedua sisi dengan 5:

$$588 + \frac{2940}{a} = 735$$

$$\frac{2940}{a} = 147$$

$$a = \frac{2940}{147} = 20 \text{ menit}$$

12. Digit A,B,C,D semua berbeda. Setiap digit 0-9 dan $A \geq 1$. Karena ABCD kelipatan 9, jumlah digit $S = A + B + C + D$ harus habis dibagi 9. Kemungkinan nilai S adalah 9, 18, atau 27.

A + C adalah bilangan kuadrat. Kemungkinan nilai A + C adalah 1, 4, 9, 16.

- Jika $A + C = 9$ maka $B + D = S - (A + C)$ menjadi 0, 9, atau 18 (tidak ada yang prima $\rightarrow A + C \neq 9$).
- Jadi hanya $A+C \in \{1, 4, 16\}$ yang mungkin.
- $B + D = S - (A + C)$ harus prima.

Jika $S=9$, bilangannya 1.035, 1.530, 3.015, 3.510, 4.203, 4.302

Jika $S=18$, bilangannya 1.809, 1.908, 7.092, 7.290, 9.072, 9.270

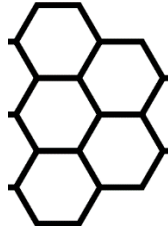
Jika $S=27$, bilangannya 7.398, 7.596, 7.695, 7.893, 9.378, 9.576, 9.675, 9.873

Total 20 bilangan.

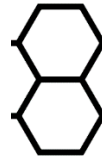
13. Pisahkan daerah segi enam menjadi 3 bagian



Gambar 1



Gambar 2



Gambar 3

Petak-petak pada gambar 1 bisa diisi 3 huruf berbeda dg posisi acak.

Banyak kemungkinan gambar 1 = $3!$

Jika petak-petak pada gambar 1 sudah ditentukan, maka masing-masing petak gambar 2 hanya bisa diisi 1 kemungkinan yang menyesuaikan bagian kanan gambar 1. Banyak kemungkinan gambar 2 = 1

Gambar 3 bisa diisi 2 kemungkinan huruf acak yang belum dipakai dengan menyesuaikan bagian kanan gambar 2. Banyak kemungkinan gambar 3 = 2

Total kemungkinan = banyak kemungkinan gambar 1 \times banyak kemungkinan gambar 2 \times banyak kemungkinan gambar 3 = $3! \times 1 \times 2 = 12$

EKSPLORASI

1. Ada angka berurutan 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 secara melingkar, akan dibagi menjadi 3 bagian seperti contoh.

Kelompok 1 sisa 0. Kelompok 2 sisa 1. Kelompok 3 sisa 2.

Kita bisa coba bagi jadi 3 bagian dengan memerhatikan syarat di atas.

Misal kelompok 1: 9, 10, 11.

Kelompok 2: 12, 1, 2, 3, 4.

Kelompok 3: 5, 6, 7, 8.

$9 + 10 + 11 = 30$ (sisa 0 mod 3).

$12 + 1 + 2 + 3 + 4 = 22$ (sisa 1 mod 3).

$5 + 6 + 7 + 8 = 26$ (sisa 2 mod 3)

Jadi, kelompok 1: 9, 10, 11, kelompok 2: 12, 1, 2, 3, 4, kelompok 3: 5, 6, 7, 8.

2. Kolom 1: (kosong), 3, 1, 2, 1

Kolom 2: (kosong), 2, 4, 3, 2

Kolom 3: (kosong), 1, 4, 3, 3

Kolom 4: (kosong), 1, 2, 4, 4

Langkah-langkah pemindahan

- Pindah 1 dari kolom 3 ke kolom 1.
($1 \leq 3$ sehingga boleh diletakkan di atas angka 3 pada kolom 1.)
- Pindah 1 dari kolom 4 ke kolom 1.
(Setelah langkah 1, bagian atas kolom 1 sekarang menempel 1; $1 \leq 1 \rightarrow$ boleh ditumpuk.)
- Pindah 2 dari kolom 4 ke kolom 2.
($2 \leq 2$ sehingga boleh diletakkan di atas angka 2 pada kolom 2.)
- Pindah 1 dari kolom 1 ke kolom 2.
(Ambil 1 teratas di kolom 1 dan tumpuk ke kolom 2; $1 \leq 2 \rightarrow$ boleh.)
- Pindah 1 dari kolom 1 ke kolom 2.

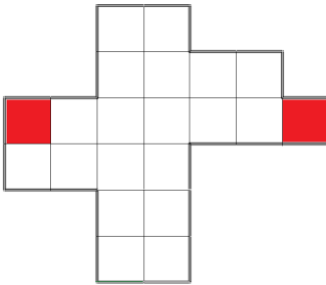
(Ulangi: $1 \leq 1$ atau $1 \leq 2$ pada posisi sekarang \rightarrow boleh ditumpuk sehingga kolom 2 menjadi berisi banyak 1 atau 2 di atas.)

- Pindah 4 dari kolom 3 ke kolom 4.
($4 \leq 4$ sehingga boleh diletakkan di kolom 4.)
- Pindah 3 dari kolom 1 ke kolom 3.
($3 \leq 3$ sehingga boleh ditumpuk di kolom 3.)
- Pindah 1 dari kolom 2 ke kolom 1.
($1 \leq 3$ atau $1 \leq 1$ pada posisi tujuan \rightarrow boleh.)
- Pindah 1 dari kolom 2 ke kolom 1.
(Satu langkah 1 lagi untuk menyelesaikan penempatan 1 pada kolom 1.)

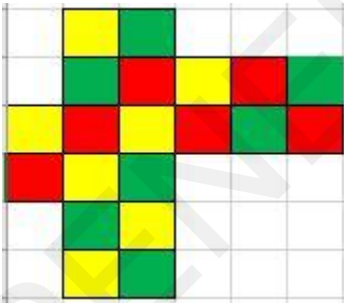
Setelah 9 langkah di atas kita mendapat susunan kolom yang memenuhi tujuan—setiap kolom berisi angka yang sama:

- Kolom 1: semua angka 1
- Kolom 2: semua angka 2
- Kolom 3: semua angka 3
- Kolom 4: semua angka 4

3. Dua ubin sudah ditentukan warnanya seperti gambar ini.



Agar ubin yang bersisian memiliki warna yang berbeda, letakkan warna selain merah yang bersisian dengan merah. Lakukan dengan cara yang sama seterusnya hingga warna ubin yang bersisian memiliki warna berbeda.



4. Tiga bilangan bersisian membentuk bilangan prima, kemungkinan bilangan-bilangannya:

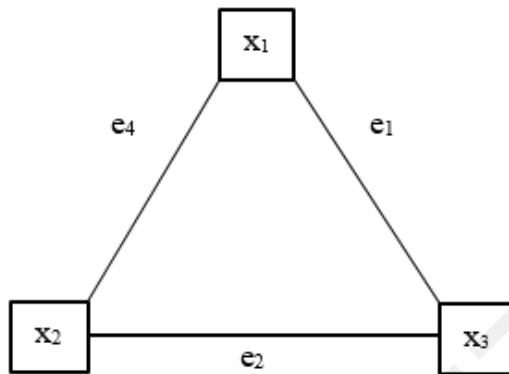
- Genap, genap, ganjil, atau
- Ganjil, ganjil, ganjil

Agar sebanyak mungkin bilangan prima yang terbentuk, kita bisa mulai bentuk dari daerah yang banyak bilangan genap bersisian. Ambil dua bilangan genap bersisian, lalu coba gabungkan dengan bilangan ganjil di dekat salah satunya. Jika membentuk bilangan prima, tandai seperti contohnya 4, 10, 5 yang berada dalam satu baris. Jika tidak, kita coba gabungkan bilangan ganjil lain yang masih bersisian.

Jangan lupa, sambil mencari 3 bilangan ganjil bersisian yang membentuk bilangan prima, misalnya 1 (petak (2, 1)), 3 (petak (2, 2)), dan 7 (petak (3, 2)).
Lakukan seterusnya hingga mendapat 3 petak bilangan prima sebanyak-banyaknya.

2	5	6	7	5	7
1	3	2	3	7	3
2	7	9	7	4	1
9	10	12	3	3	6
5	3	6	4	10	5
2	6	5	7	3	8
10	2	5	7	2	2

5. Perhatikan gambar.



Misal angka Ajaib = n

$$x_1 + e_4 + x_2 = x_1 + e_1 + x_3 = x_2 + e_2 + x_3 = n$$

$$x_1 + e_4 + x_2 + x_1 + e_1 + x_3 + x_2 + e_2 + x_3 = 3n$$

$$2(x_1 + x_2 + x_3) + e_1 + e_2 + e_4 = 3n$$

Bilangan 1, 2, 3, 4, 5, dan 6 akan menempatisalah satu $x_1, x_2, x_3, e_1, e_2, e_3$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + e_1 + e_2 + e_4 = 21$$

$$2(x_1 + x_2 + x_3) + e_1 + e_2 + e_4 = 3n$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + e_1 + e_2 + e_4 + x_1 + x_2 + x_3 = 3n$$

$$21 + x_1 + x_2 + x_3 = 3n$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3n - 21$$

• Angka Ajaib 9

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3(9) - 21$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 27 - 21$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

Tiga bilangan yang hasilnya 6 adalah 1, 2, 3

Kemungkinan petak = 1, 2, 3

Kemungkinan garis = 4, 5, 6

$$x_1 + e_4 + x_2 = 9$$

$$1 + e_4 + 2 = 9$$

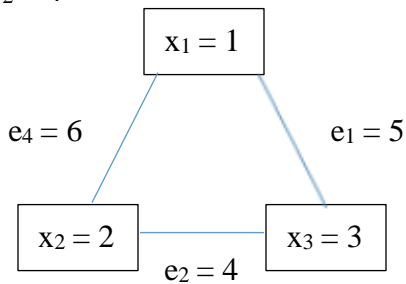
$$e_4 = 9 - 3 = 6$$

$$x_1 + e_1 + x_3 = 9$$

$$1 + e_1 + 3 = 9$$

$$e_1 = 5$$

$$e_2 = 4$$



- Angka Ajaib 10

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3(10) - 21$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 30 - 21$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 9$$

Tiga bilangan yang hasilnya 9 adalah {1, 2, 6}, {1, 3, 5}, atau {2, 3, 4},

Kemungkinan petak bisa dicoba dari salah satu bilangan di atas sampai mendapat kombinasi angka yang tepat.

Misal kemungkinan petak 1, 3, 5, lalu kemungkinan garis 2, 4, 6

$$x_1 + e_4 + x_2 = 10$$

$$1 + e_4 + 3 = 10$$

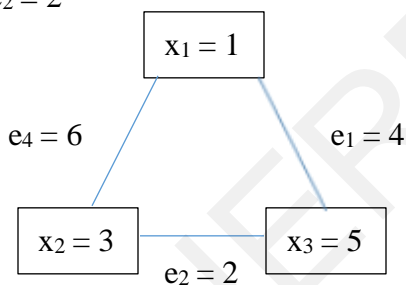
$$e_4 = 10 - 4 = 6$$

$$x_1 + e_1 + x_3 = 10$$

$$1 + e_1 + 5 = 10$$

$$e_1 = 4$$

$$e_2 = 2$$



- Angka Ajaib 11

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3(11) - 21$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 33 - 21$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 12$$

Tiga bilangan yang hasilnya 12 adalah {1, 5, 6}, {2, 4, 6}, atau {3, 4, 5},

Kemungkinan petak bisa dicoba dari salah satu bilangan di atas sampai mendapat kombinasi angka yang tepat.

Misal kemungkinan petak 2, 4, 6, lalu kemungkinan garis 1, 3, 5

$$x_1 + e_4 + x_2 = 11$$

$$2 + e_4 + 4 = 11$$

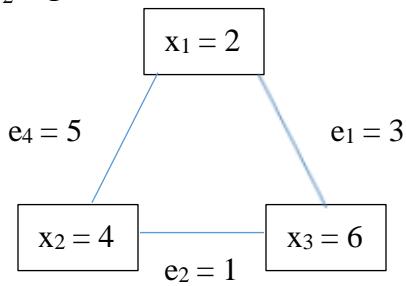
$$e_4 = 11 - 6 = 5$$

$$x_1 + e_1 + x_3 = 11$$

$$2 + e_1 + 6 = 11$$

$$e_1 = 3$$

$$e_2 = 1$$



- Angka Ajaib 12

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3(12) - 21$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 36 - 21$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 15$$

Tiga bilangan yang hasilnya 15 adalah 4, 5, 6.

Kemungkinan petak = 4, 5, 6

Kemungkinan garis = 1, 2, 3

$$x_1 + e_4 + x_2 = 12$$

$$4 + e_4 + 5 = 12$$

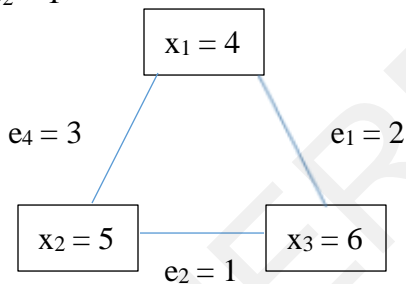
$$e_4 = 12 - 9 = 3$$

$$x_1 + e_1 + x_3 = 12$$

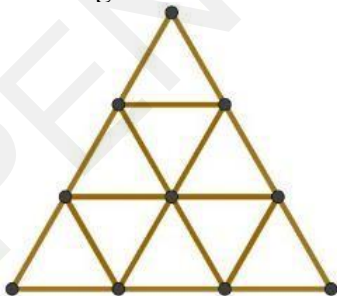
$$4 + e_1 + 6 = 12$$

$$e_1 = 2$$

$$e_2 = 1$$



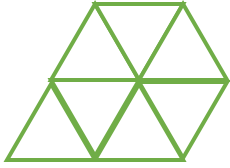
6. Perhatikan gambar.



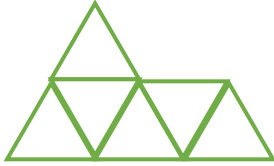
Agar sisa susunan memiliki segitiga terkecil sebanyak mungkin, maka ambil batang korek yang letaknya berdekatan.

A. 4 batang

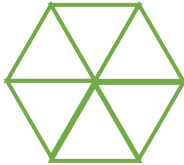
ambil 2 batang di ujung atas dan 2 batang di ujung kanan/kiri bawah.



- B. 5 batang
ambil 5 batang yang berdekatan di salah satu ujung segitiga.



- C. 6 batang
ambil 2 batang di ujung atas, 2 batang di ujung kanan bawah, dan 2 batang di ujung kiri bawah.



PENERBIT BMEDIA