

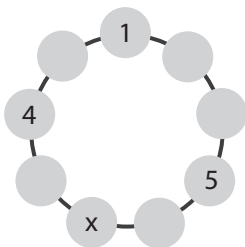
PEMBAHASAN SOAL ASLI OSN 2024

SOAL ISIAN SINGKAT

1. Jawaban: 2

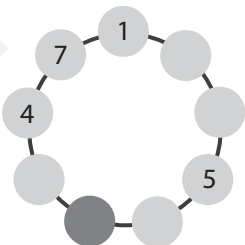
Pembahasan:

Perhatikan lingkaran berikut.

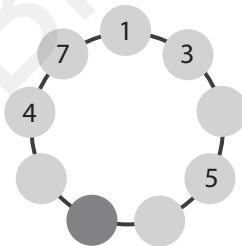


Syarat: jumlah dua bilangan terdekat tidak habis dibagi 3, 5, dan 7.

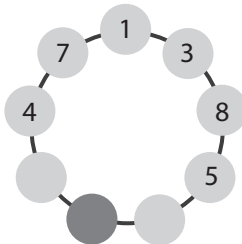
- Bilangan antara 1 dan 4
Bilangan yang memenuhi syarat hanya 7.
 $4 + 7 = 11$ (tidak habis dibagi 3, 5, dan 7)
 $1 + 7 = 8$ (tidak habis dibagi 3, 5, dan 7)
Bilangan yang tersisa 2, 3, 6, 8, dan 9.



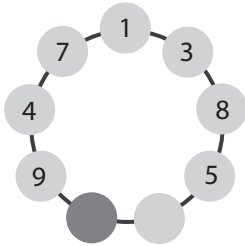
- Bilangan terdekat 1 selain 7.
Bilangan yang memenuhi syarat hanya 3
 $1 + 3 = 4$ (tidak habis dibagi 3, 5, dan 7)
Bilangan yang tersisa 2, 6, 8, dan 9.



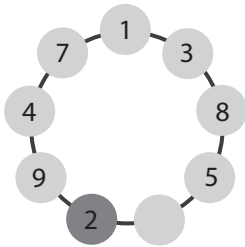
- Bilangan antara 3 dan 5
Bilangan yang memenuhi syarat hanya 8
 $3 + 8 = 11$ (tidak habis dibagi 3, 5, dan 7)
Bilangan yang tersisa 2, 6, dan 9.



- Bilangan terdekat 4 selain 7
Bilangan yang memenuhi syarat hanya 9
 $4 + 9 = 13$ (tidak habis dibagi 3, 5, dan 7)
Bilangan yang tersisa 2 dan 6.



- Bilangan terdekat 9 selain 4
Bilangan yang memenuhi syarat hanya 2.
 $9 + 2 = 11$ (tidak habis dibagi 3, 5, dan 7)

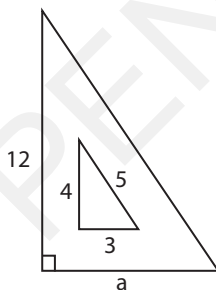


Jadi, bilangan x adalah 2.

2. Jawaban: 5

Pembahasan:

Perhatikan gambar berikut.



Luas segitiga bagian dalam = $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ satuan luas

Luas segitiga bagian luar = $\frac{1}{2} \times a \times 12 = 6a$ satuan luas

Perbandingan luas segitiga bagian dalam dan luar adalah 1 : 5, sehingga:

$$\frac{6}{6a} = \frac{1}{5}$$

$$\Leftrightarrow 6a = 30$$

$$\Leftrightarrow a = 5$$

Jadi, panjang sisi a adalah 5 satuan panjang.

3. Jawaban: 120

Pembahasan:

Waktu latihan basket 5 hari = $x_1 = 1$ jam 15 menit = 75 menit

Waktu latihan basket 3 hari = $x_2 = 1$ jam 30 menit = 90 menit

Waktu latihan basket 1 hari = x_3 (hari kesembilan)

Rata-rata waktu latihan selama 9 hari = 85 menit

$$\frac{5x_1 + 3x_2 + x_3}{9} = 85$$

$$\Leftrightarrow \frac{5(75) + 3(90) + x_3}{9} = 85$$

$$\Leftrightarrow \frac{375 + 270 + x_3}{9} = 85$$

$$\Leftrightarrow \frac{645 + x_3}{9} = 85$$

$$\Leftrightarrow 645 + x_3 = 765$$

$$\Leftrightarrow x_3 = 120$$

Jadi, lama waktu latihan Arhan pada hari kesembilan adalah 120 menit.

4. Jawaban: 15

Pembahasan:

Pemain badminton ada 6, yaitu A, B, C, D, E, dan F.

Kemungkinan pasangan yang dapat dibentuk dari keenam pemain tersebut adalah sebagai berikut.

- | | | |
|-------------|--------------|--------------|
| (1) A dan B | (6) B dan C | (11) C dan E |
| (2) A dan C | (7) B dan D | (12) C dan F |
| (3) A dan D | (8) B dan E | (13) D dan E |
| (4) A dan E | (9) B dan F | (14) D dan F |
| (5) A dan F | (10) C dan D | (15) E dan F |

Jadi, banyak tim ganda putra yang dapat dibentuk adalah 15.

5. Jawaban: 27

Pembahasan:

Mula-mula, kita susun ulang persamaan yang diberikan.

$$\frac{23 \times a}{5 \times b} = 20,24$$

$$\Leftrightarrow 23 \times a = 101,2 \times b$$

$$\Leftrightarrow 10 \times 23 \times a = 10 \times 101,2 \times b \quad (\text{kedua ruas dikali 10 agar menjadi bentuk bulat})$$

$$\Leftrightarrow 230 \times a = 1.012 \times b$$

Kemudian, kita ubah persamaannya menjadi bentuk pembagian seperti berikut.

$$\Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{1.012}{230}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{1.012 : 46}{230 : 46} \quad (\text{FPB dari 1.012 dan 230 adalah 46, maka pembilang dan penyebut dibagi 46 untuk menyederhanakannya})$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{22}{5}$$

Nilai terkecil dari a dan b adalah $a = 22$ dan $b = 5$.

Jadi, nilai terkecil dari $a + b = 22 + 5 = 27$.

6. Jawaban: Sabtu

Pembahasan:

Untuk mengetahui kapan Ani, Badu, dan Jamil berlatih bersama-sama, tentukan KPK dari 3, 4, dan 6.

Kelipatan 3 = 3, 6, 9, **12**, 15, 18, 21, **24**, ...

Kelipatan 4 = 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, ...

Kelipatan 6 = 6, **12**, 18, **24**, ...

Kelipatan persekutuan dari 3, 4, dan 6 adalah **12, 24,**

Kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dari 3, 4, dan 6 adalah 12.

Jadi, jika Ani, Badu, dan Jamil berlatih bersama pada hari Senin, mereka akan berlatih Bersama-sama lagi pada 12 hari setelah hari Senin, yaitu hari Sabtu.

7. Jawaban: 37

Pembahasan:

Diketahui $p = 35$ dan $q = 77$, maka

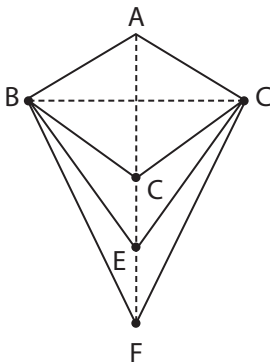
$$\begin{aligned}17 \times (6 \times p + 4 \times q) &= 17 \times (6 \times 35 + 4 \times 77) \\ &= 17 \times (210 + 308) \\ &= 17 \times 518 \\ &= 17 \times 2 \times 7 \times \mathbf{37}\end{aligned}$$

Faktor prima terbesarnya adalah 37.

8. Jawaban: 25

Pembahasan:

Perhatikan gambar berikut.



Oleh karena $BC : AF = 1 : 2$, maka:

$$AF = 2 \times BC.$$

$$\text{Luas layang-layang ABFC} = 100 \text{ cm}^2$$

$$\frac{1}{2} \times AF \times BC = 100$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times BC \times BC = 100$$

$$\Leftrightarrow BC \times BC = 100$$

$$\Leftrightarrow BC = 10 \text{ cm}$$

$$AF = 2 \times BC = 2 \times 10 = 20 \text{ cm}$$

Oleh karena D titik tengah AF, maka:

$$DF = AD = \frac{1}{2} \times AF = \frac{1}{2} \times 20 = 10 \text{ cm}$$

Oleh karena $DE : EF = 1 : 1$, maka:

$$EF = \frac{1}{1+1} \times DF = \frac{1}{2} \times DF = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ cm}$$

$$AE = AF - EF = 20 - 5 = 15$$

$$\begin{aligned}\text{Luas layang-layang ABDC} &= \frac{1}{2} \times AD \times BC \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas layang-layang ABEC} &= \frac{1}{2} \times AE \times BC \\ &= \frac{1}{2} \times 15 \times 10 = 75 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas daerah berwarna putih} &= \text{luas ABEC} - \text{luas ABDC} \\ &= 75 - 50 = 25 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

9. Jawaban: 38,5

Pembahasan:

Perhatikan tabel berikut.

Ukuran Sepatu	Banyak Siswa
35	5
36	9
37	17
38	15
39	21
40	13
41	9
42	3
Jumlah	92

Nilai tengah (median) dari data tersebut adalah sebagai berikut.

Median

$$\begin{aligned} &\text{data ke-} \left(\frac{92}{2} \right) + \text{data ke-} \left(\frac{92}{2} \right) + 1 \\ &= \frac{\text{data ke-46} + \text{data ke-47}}{2} \\ &= \frac{38 + 39}{2} = \frac{77}{2} = 38,5 \end{aligned}$$

10. Jawaban: 91

Pembahasan:

Data nilai 4 tes adalah 82, 83, 87, 85.

Misalkan tes kelima nilainya adalah a .

Oleh karena rata-rata dari 5 kali tes paling sedikit 85,5, maka:

$$\frac{82 + 83 + 87 + 85 + a}{5} \geq 85,5$$

$$82 + 83 + 87 + 85 + a \geq 427,5$$

$$337 + a \geq 427,5$$

$$a \geq 90,5$$

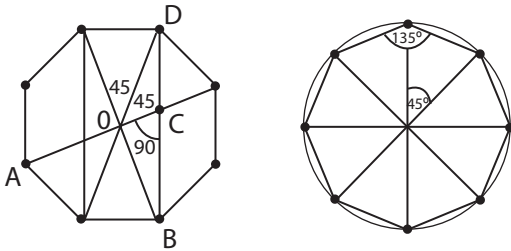
Berdasarkan hasil tersebut, maka nilai tes kelima adalah nilai terbesar sehingga nilai terkecilnya adalah 82. Ini memenuhi syarat kedua, yaitu selisih nilai terbesar dan terkecil paling sedikit 7.

Diketahui nilai yang diperoleh Toni setiap tes adalah bilangan bulat. Jadi, nilai tes kelima yang harus dicapai Toni paling sedikit adalah bilangan bulat yang lebih besar dan paling dekat dengan 90,5, yaitu 91.

11. Jawaban: $67,5^\circ$

Pembahasan:

Perhatikan gambar berikut.



Besar sudut-sudut yang tercatat pada gambar tersebut diketahui berdasarkan sifat segi delapan beraturan (lihat gambar sebelah kiri)

Sekarang, perhatikan segitiga OBD adalah segitiga sama kaki. Hitunglah terlebih dahulu besar sudut OBC agar dapat menghitung besar sudut ACB.

$$\angle OBC = \angle ODB = \frac{180^\circ - \angle BOD}{2} = \frac{180^\circ - (45^\circ + 90^\circ)}{2} = \frac{45^\circ}{2} = 22,5^\circ$$

Untuk menghitung besar sudut ACB, perhatikan segitiga BCO.

$$\begin{aligned} \angle ACB &= \angle OCB = 180^\circ - (\angle BOC + \angle OBC) \\ &= 180^\circ - (90^\circ + 22,5^\circ) \\ &= 180^\circ - 112,5^\circ \\ &= 67,5^\circ \end{aligned}$$

Ingat bahwa jumlah sudut dalam segitiga adalah 180° .

12. Jawaban: 8

Pembahasan:

Dua bilangan positif jumlahnya sama dengan 6.

Kemungkinan kedua bilangan tersebut dapat disajikan dalam tabel berikut.

Bilangan pertama	Bilangan kedua	Jumlah
1	5	6
2	4	6
3	3	6
4	2	6
5	1	6

Diketahui pangkat tiga bilangan pertama sama dengan pangkat enam bilangan kedua. Temukan kemungkinan bilangan yang memenuhinya.

- Bilangan pertama 1 dan bilangan kedua 5 tidak memenuhi karena $1^3 \neq 5^6$
- Bilangan pertama 2 dan bilangan kedua 4 tidak memenuhi karena $2^3 \neq 4^6$
- Bilangan pertama 3 dan bilangan kedua 3 tidak memenuhi karena $3^3 \neq 3^6$
- Bilangan pertama 4 dan bilangan kedua 2 memenuhi karena $4^3 = 2^6$
- Bilangan pertama 5 dan bilangan kedua 1 tidak memenuhi karena $5^3 \neq 1^6$

Jadi, dua bilangan positif tersebut adalah 4 dan 2.

Hasil perkalian kedua bilangan tersebut adalah $4 \times 2 = 8$.

13. Jawaban: 6.734

Pembahasan:

Bilangan genap yang kurang dari 201 adalah 2, 4, 6, 8, ..., 200.

$$\text{Banyak bilangan genap kurang dari 201} = \frac{\text{bilangan terakhir}}{\text{bilangan pertama}} = \frac{200}{2} = 100$$

Jumlah bilangan genap kurang dari 201

$$= 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 200$$

$$= \frac{\text{banyaknya}}{2} (\text{bilangan pertama} + \text{bilangan terakhir})$$

$$= \frac{100}{2} (2 + 200)$$

$$= 50 (202)$$

$$= 10.100$$

Bilangan genap kelipatan 3 yang kurang dari 201 adalah 6, 12, 18, 24, ..., 198.

$$\text{Banyak bilangan genap kelipatan 3 kurang dari 201} = \frac{\text{bilangan terakhir}}{\text{bilangan pertama}} = \frac{198}{6} = 33$$

Jumlah bilangan genap kelipatan 3 kurang dari 201

$$= 6 + 12 + 18 + 24 + \dots + 198$$

$$= \frac{\text{banyaknya}}{2} (\text{bilangan pertama} + \text{bilangan terakhir})$$

$$= \frac{33}{2} (6 + 198)$$

$$= \frac{33}{2} (204)$$

$$= 33 (102)$$

$$= 3.366$$

Jumlah bilangan genap bukan kelipatan 3 kurang dari 201

$$= \text{jumlah bilangan genap kurang dari 201} - \text{jumlah bilangan genap kelipatan 3 kurang dari 201}$$

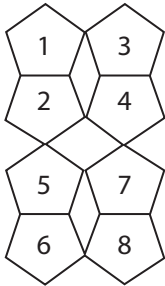
$$= 10.100 - 3.366$$

$$= 6.734$$

14. Jawaban: 2.592

Pembahasan:

Perhatikan gambar berikut.



Terdapat 1 segi empat dan 8 segi lima. Kita akan mewarnai mulai dari segi empat.

- 1) Mewarnai segi empat
Segi empat dapat diwarnai dengan salah satu dari 2 warna, yaitu hijau atau ungu.
- 2) Mewarnai segi lima 1
Ada 3 pilihan warna, yaitu merah, kuning, atau biru.
- 3) Mewarnai segi lima 2
Segi lima 2 bersisian dengan segi lima 1. Oleh karena segi lima yang bersisian tidak boleh diberikan warna yang sama, maka tersisa 2 pilihan warna.
- 4) Mewarnai segi lima 3
Segi lima 3 tidak bersisian dengan segi lima 1 maupun 2. Jadi, ada 3 pilihan warna, yaitu merah, kuning, atau biru.
- 5) Mewarnai segi lima 4
Segi lima 4 bersisian dengan segi lima 3. Oleh karena segi lima yang bersisian tidak boleh diberikan warna yang sama, maka tersisa 2 pilihan warna.
- 6) Mewarnai segi lima 5
Segi lima 5 tidak bersisian dengan segi lima 1, 2, 3, maupun 4. Jadi, ada 3 pilihan warna, yaitu merah, kuning, atau biru.
- 7) Mewarnai segi lima 6
Segi lima 6 bersisian dengan segi lima 5. Oleh karena segi lima yang bersisian tidak boleh diberikan warna yang sama, maka tersisa 2 pilihan warna.
- 8) Mewarnai segi lima 7
Segi lima 7 tidak bersisian dengan segi lima 1, 2, 3, 4, 5, maupun 6. Jadi, ada 3 pilihan warna, yaitu merah, kuning, atau biru.
- 9) Mewarnai segi lima 8
Segi lima 8 bersisian dengan segi lima 7. Oleh karena segi lima yang bersisian tidak boleh diberikan warna yang sama, maka tersisa 2 pilihan warna.

Berdasarkan prinsip perkalian, total susunan warna yang mungkin adalah

$$2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 = 2.592$$

Jadi, banyak susunan warna yang mungkin dibuat oleh murid-murid Pak Doni adalah 2.592.

15. Jawaban: 8

Pembahasan:

- Menentukan kemungkinan angka puluhan dan satuan
Bilangan ratusan habis dibagi 4 jika dua angka terakhirnya (puluhan dan satuan) habis dibagi 4. Kemungkinan dua angka terakhir dari 4 angka yang tersedia (2, 3, 5, dan 6) adalah sebagai berikut.

Kemungkinan 1:

Ratusan	Puluhan	Satuan
	3	2

Kemungkinan 2:

Ratusan	Puluhan	Satuan
	3	6

Kemungkinan 3:

Ratusan	Puluhan	Satuan
	5	2

Kemungkinan 4:

Ratusan	Puluhan	Satuan
	5	6

Jadi, ada 4 kemungkinan angka puluhan dan satuan.

- Menentukan kemungkinan angka ratusan
Oleh karena 2 angka sudah digunakan untuk puluhan dan satuan, maka tersisa 2 kemungkinan angka ratusan.
Berdasarkan prinsip perkalian, kemungkinan bilangan tiga angka yang dapat dibentuk adalah $4 \times 2 = 8$.

16. Jawaban: 1.500

Pembahasan:

$$\text{Bagian lahan yang ditanami kopi dan coklat} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\text{Bagian sisa lahan setelah ditanami kopi dan coklat} = 1 - \frac{5}{6} = \frac{6-5}{6} = \frac{1}{6}$$

Bagian lahan yang ditanami sayuran

$$= \frac{1}{5} \times \text{bagian sisa lahan setelah ditanami kopi dan coklat}$$

$$= \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$$

Bagian sisa lahan setelah ditanami kopi, coklat dan sayuran

$$= 1 - \frac{5}{6} - \frac{1}{30} = \frac{1}{6} - \frac{1}{30} = \frac{5-1}{30} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$$

Luas lahan yang ditanami coklat

$$= \frac{\text{bagian lahan yang ditanami coklat}}{\text{bagian sisa lahan}} \times \text{luas sisa lahan}$$

$$= \frac{1}{\frac{3}{2}} \times 600 = \frac{15}{6} \times 600 = 1.500 \text{ m}^2$$

17. Jawaban: Jumat

Pembahasan:

Setiap tahun, hari bergeser maju 1 hari, kecuali pada tahun kabisat yang bergeser maju 2 hari. Tahun ke-17 dari 2023 adalah 2040.

Tahun kabisat dari 2023 sampai 2040 ada 5, yaitu 2024, 2028, 2032, 2036, dan 2040.

Total pergeseran hari

= pergeseran hari 12 tahun bukan kabisat + pergeseran hari 5 tahun kabisat

$$= 12 \times 1 + 5 \times 2 = 12 + 10 = 22$$

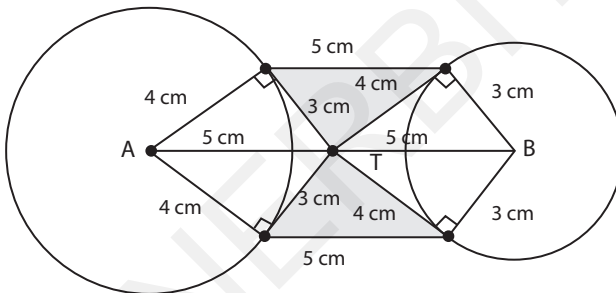
Oleh karena $22 : 7 = 3$ sisa 1, maka Kamis bergeser 1 hari menjadi Jumat.

Jadi, ulang tahun Yulia ke-17 bertepatan pada hari Jumat.

18. Jawaban: 12

Pembahasan:

Perhatikan gambar berikut.



Daerah yang diarsir adalah 2 segitiga siku-siku dengan alas 4 cm dan tinggi 3 cm.

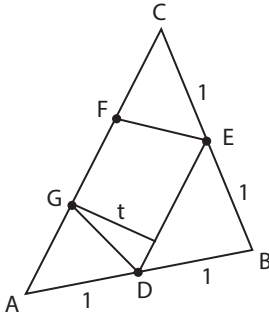
Luas daerah yang diarsir = 2 × luas segitiga siku-siku

$$= 2 \times \frac{4 \times 3}{2} = 2 \times 6 = 12 \text{ cm}^2$$

19. Jawaban: 5

Pembahasan:

Perhatikan gambar berikut.



Segitiga ABC dan BDE sebangun, sehingga:

$$\frac{BD}{AB} = \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC} = \frac{1}{2} \rightarrow DE = \frac{1}{2} AC$$

Luas segitiga sebangun memiliki rasio yang sama dengan kuadrat rasio sisi-sisi yang bersesuaian, sehingga:

$$\frac{\text{Luas BDE}}{\text{Luas ABC}} = \left(\frac{DE}{AC}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\text{Luas BDE} = \frac{1}{4} \text{ Luas ABC}$$

$$\text{Luas BDE} = \frac{1}{4} \times 12 = 3 \text{ cm}^2$$

$$\text{Luas ADEC} = \text{Luas ABC} - \text{Luas BDE} = 12 - 3 = 9 \text{ cm}^2$$

Perhatikan kembali gambar di atas.

Bangun trapesium DEFG memiliki tinggi yang sama dengan trapesium ADEC, sedangkan sisi sejajar pertama sama panjang dan sisi sejajar kedua sepertiganya ($FG = \frac{1}{3} AC$).

$$\frac{\text{Luas DEFG}}{\text{Luas ADEC}} = \frac{\frac{1}{2} \times (DE + FG) \times t}{\frac{1}{2} \times (DE + AC) \times t}$$

$$\frac{\text{Luas DEFG}}{\text{Luas ADEC}} = \frac{(DE + FG)}{(DE + AC)}$$

$$\frac{\text{Luas DEFG}}{\text{Luas ADEC}} = \frac{(DE + FG)}{(DE + AC)}$$

$$\frac{\text{Luas DEFG}}{\text{Luas ADEC}} = \frac{\left(\frac{1}{2}AC + \frac{1}{3}AC\right)}{\left(\frac{1}{2}AC + AC\right)}$$

$$\frac{\text{Luas DEFG}}{\text{Luas ADEC}} = \frac{\frac{5}{6}AC}{\frac{3}{2}AC} = \frac{5}{9}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas DEFG} &= \frac{5}{9} \times \text{Luas ADEC} \\ &= \frac{5}{9} \times 9 \\ &= 5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

20. Jawaban: 7.744

Pembahasan:

Bilangan kuadrat sempurna yang terdiri dari 4 angka berada di antara $32^2 = 1.024$ dan $99^2 = 9.801$.

Pada rentang tersebut, kita akan mencari bilangan kuadrat sempurna dengan dua angka pertama sama dan dua angka terakhir sama. Bilangan yang memenuhi syarat tersebut hanya $88^2 = 7.744$.

21. Jawaban: 18 : 25

Pembahasan:

Tabungan Fauzan = 125% tabungan Afifah
 Tabungan Fauzan = 90% tabungan Annisa
 125% tabungan Afifah = 90% tabungan Annisa

$$\frac{\text{Tabungan Afifah}}{\text{Tabungan Annisa}} = \frac{90\%}{125\%}$$

$$\frac{\text{Tabungan Afifah}}{\text{Tabungan Annisa}} = \frac{90}{125}$$

$$\frac{\text{Tabungan Afifah}}{\text{Tabungan Annisa}} = \frac{90 : 5}{125 : 5}$$

$$\frac{\text{Tabungan Afifah}}{\text{Tabungan Annisa}} = \frac{18}{25}$$

$$\frac{\text{Tabungan Afifah}}{\text{Tabungan Annisa}} = \frac{18}{25}$$

$$\frac{\text{Tabungan Afifah}}{\text{Tabungan Annisa}} = \frac{18}{25}$$

$$\frac{\text{Tabungan Afifah}}{\text{Tabungan Annisa}} = \frac{18}{25}$$

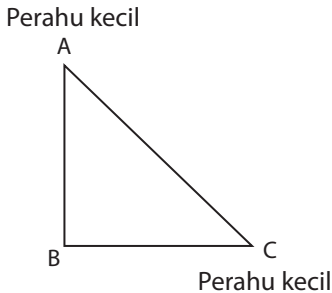
$$\frac{\text{Tabungan Afifah}}{\text{Tabungan Annisa}} = \frac{18}{25}$$

Jadi, perbandingan tabungan Afifah dan Annisa adalah 18 : 25.

22. Jawaban: 120

Pembahasan:

Pergerakan perahu dapat digambarkan seperti berikut.



Jarak maksimum yang dapat ditempuh perahu kecil

$$= 80 \text{ km/jam} \times 4 \text{ jam} \\ = 320 \text{ km}$$

Agar perahu kecil dapat kembali ke perahu besar sesuai bahan bakarnya, maka waktu tempuh perahu besar maksimum adalah 4 jam.

$$\text{Jarak tempuh perahu besar} \\ = 40 \text{ km/jam} \times 4 \text{ jam} \\ = 160 \text{ km} = BC$$

Berdasarkan gambar, jalur tercepat untuk perahu kecil menuju target, lalu kembali ke perahu besar adalah $BA + AC$ sehingga:

$$BA + AC = 320 \rightarrow AC = 320 - BA$$

Gambar berbentuk segitiga siku-siku sehingga:

$$AC^2 = BA^2 + BC^2 \\ (320 - BA)^2 = BA^2 + 160^2 \\ 102.400 - 640BA + BA^2 = BA^2 + 25.600 \\ 640BA = 102.400 - 25.600$$

$$640BA = 76.800$$

$$BA = 120 \text{ km}$$

Jarak maksimum target yang dituju agar perahu kecil dapat kembali ke perahu besar adalah $BA = 120 \text{ km}$.

23. Jawaban: Gina, Mela, Wati, dan Dikta

Pembahasan:

Siswa yang pernah berkunjung bersama.

- Senin: Tita, Gina, Wati, Ardi, Mela, Dikta
- Selasa: Gina, Mela, Ardi, Dikta, Jimbo
- Rabu: Ardi, Jimbo, Wati
- Kamis: Gina, Ardi, Wati
- Jumat: Dikta, Ardi, Jimbo

Sekarang, selidiki satu per satu siswa untuk menemukan siapa yang pernah berkunjung bersama dengan setiap siswa lainnya (selain Ardi)

• **Tita**

Tita pernah berkunjung bersama dengan Gina, Wati, Ardi, Mela, dan Dikta. Namun, ia tidak pernah berkunjung bersama dengan Jimbo.

• **Gina**

Gina pernah berkunjung bersama dengan Tita, Wati, Ardi, Mela, Dikta, dan Jimbo. (Semua siswa lain)

• **Mela**

Mela pernah berkunjung bersama dengan Tita, Gina, Wati, Ardi, Dikta, dan Jimbo. (Semua siswa lain)

• **Wati**

Wati pernah berkunjung bersama dengan Tita, Gina, Ardi, Mela, Dikta, dan Jimbo. (Semua siswa lain)

• **Dikta**

Dikta pernah berkunjung bersama dengan Tita, Gina, Wati, Ardi, Mela, dan Jimbo. (Semua siswa lain)

• **Jimbo**

Jimbo pernah berkunjung bersama dengan Gina, Mela, Ardi, Dikta, dan Wati. Namun, ia tidak pernah berkunjung bersama Tita.

Kesimpulannya, selain Ardi, siswa-siswa yang pernah berkunjung bersama dengan setiap siswa yang lain adalah Gina, Mela, Wati, dan Dikta.

24. Jawaban: 288

Pembahasan:

Plat mobil terdiri dari 3 digit dan 2 huruf yang berbeda.

- Memilih 3 digit
 - Dipilih 3 digit berbeda dari 1, 2, 3, 4, 6, dan 8 dengan selalu memuat 4 dan 8. Artinya, 2 dari 3 digit sudah ditentukan, yaitu 4 dan 8. Jadi, 1 digit lagi dipilih dari sisanya, yaitu 1, 2, 3, dan 6 (4 pilihan). Banyak cara memilih 1 digit tersebut adalah 4.
 - Susunan diperhatikan, sehingga banyak cara menyusun 3 digit adalah $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$.
 - Banyak cara memilih 3 digit berbeda yang selalu memuat 4 dan 8 $= 4 \times 6 = 24$ cara,
- Memilih 2 huruf
 - Dipilih 2 huruf berbeda dari huruf M, O, B, I, L, E, dan R dengan selalu memuat M. Artinya, 1 dari 2 huruf sudah ditentukan, yaitu M. Jadi, 1 huruf lagi dipilih dari sisanya, yaitu O, B, I, L, E, dan R (6 pilihan). Banyak cara memilih 1 digit tersebut adalah 6.
 - Susunan diperhatikan, sehingga banyak cara menyusun 2 huruf adalah $2! = 2 \times 1 = 2$.
 - Banyak cara memilih 2 huruf berbeda yang selalu memuat M $= 6 \times 2 = 12$ cara

Jadi, banyak plat berbeda yang dapat dibentuk adalah $24 \times 12 = 288$.

25. Jawaban: 3

Pembahasan:

Panjang lintasan adalah 5×80 meter, sehingga setiap pelari yang dipilih menempuh jarak 80 meter.

Waktu tempuh setiap pelari untuk jarak 80 meter adalah sebagai berikut.

- Waktu tempuh pelari A = $t_A = 80 \text{ m} : 8 \text{ m/detik} = 10$ detik
- Waktu tempuh pelari B = $t_B = 80 \text{ m} : 10 \text{ m/detik} = 8$ detik
- Waktu tempuh pelari C = $t_C = 80 \text{ m} : 12 \text{ m/detik} = 6\frac{2}{3}$ detik
- Waktu tempuh pelari D = $t_D = 80 \text{ m} : 10 \text{ m/detik} = 8$ detik
- Waktu tempuh pelari E = $t_E = 80 \text{ m} : 6 \text{ m/detik} = 13\frac{1}{3}$ detik
- Waktu tempuh pelari F = $t_F = 80 \text{ m} : 5 \text{ m/detik} = 16$ detik

Waktu terbaik Tim Kilat untuk lintasan 5×80 meter = 54 detik

Selisih waktu agar Tim Petir mengalahkan Tim Kilat paling sedikit 2 detik, sehingga waktu yang harus diperoleh Tim Petir adalah $t \leq 52$ ($54 - 2$).

Sekarang, selidiki satu per satu kemungkinan 5 pemain yang dipilih.

- Waktu tempuh tanpa pelari A = $t_B + t_C + t_D + t_E + t_F$
 $= 8 + 6\frac{2}{3} + 8 + 13\frac{1}{3} + 16$
 $= 52$ detik

- Waktu tempuh tanpa pelari B = $t_A + t_C + t_D + t_E + t_F$
 $= 10 + 6\frac{2}{3} + 8 + 13\frac{1}{3} + 16$
 $= 54$ detik
- Waktu tempuh tanpa pelari C = $t_A + t_B + t_D + t_E + t_F$
 $= 10 + 8 + 8 + 13\frac{1}{3} + 16$
 $= 55\frac{1}{3}$ detik
- Waktu tempuh tanpa pelari D = $t_A + t_B + t_C + t_E + t_F$
 $= 10 + 8 + 6\frac{2}{3} + 13\frac{1}{3} + 16$
 $= 54$ detik
- Waktu tempuh tanpa pelari E = $t_A + t_B + t_C + t_D + t_F$
 $= 10 + 8 + 6\frac{2}{3} + 8 + 16$
 $= 48\frac{2}{3}$ detik
- Waktu tempuh tanpa pelari F = $t_A + t_B + t_C + t_D + t_E$
 $= 10 + 8 + 6\frac{2}{3} + 8 + 13\frac{1}{3}$
 $= 46$ detik

Waktu tempuh yang memenuhi $t \leq 52$ ada 3, yaitu tanpa A (52 detik), tanpa E ($48\frac{2}{3}$ detik), dan tanpa F (46 detik).

Jadi, banyak kombinasi lima pelari Tim Petir yang dapat dibentuk adalah 3.

SOAL URAIAN

1. Pembahasan:

Bilangan pertama = $2a1$

Bilangan kedua = $3b$

Hasil kali kedua bilangan = $2a1 \times 3b \rightarrow$ Syaratnya harus habis dibagi 6

Untuk menentukan nilai terbesar dari hasil kalinya, maka pilih nilai a dan b yang memenuhi syarat.

Kita akan memulai dari nilai a dan b terbesar (sama-sama 9), kemudian nilai b makin kecil.

Perhatikan hasilnya dalam tabel berikut.

a	b	$2a1 \times 3b$	Keterangan
9	9	$291 \times 39 = 11.349$	Tidak habis dibagi 6
9	8	$291 \times 38 = 11.058$	Habis dibagi 6
9	7	$291 \times 37 = 10.767$	Tidak habis dibagi 6
9	6	$291 \times 36 = 10.476$	Habis dibagi 6
9	5	$291 \times 35 = 10.185$	Tidak habis dibagi 6

Sekarang, lakukan sebaliknya, yaitu dengan nilai a makin kecil

a	b	$2a1 \times 3b$	Keterangan
9	9	$291 \times 39 = 11.349$	Oleh karena b = 9, angka satuan dari hasil kalinya selalu 9 (ganjil). Bilangan ganjil tidak habis dibagi 6. Jadi, tidak ada kemungkinan yang memenuhi syarat.
8	9	$281 \times 39 = 10.959$	
7	9	$271 \times 39 = 10.569$	
6	9	$261 \times 39 = 10.179$	
5	9	$251 \times 39 = 9.789$	

Jadi, nilai terbesar dari hasil kalinya adalah 11.058.

2. Pembahasan:

- Balok A

Panjang balok A = p = ?

Lebar balok A = l = 5 cm

Tinggi balok A = t = 8 cm

Volume balok A dengan panjang dibagi menjadi tiga bagian sama besar adalah 480 cm^3 sehingga:

$$\frac{1}{3} p \times l \times t = 480$$

$$\frac{1}{3} p \times 5 \times 8 = 480$$

$$\frac{1}{3} p \times 40 = 480$$

$$\frac{1}{3} p = 480 : 40$$

$$\frac{1}{3} p = 12$$

$$p = 36 \text{ cm}$$

- Balok B

Panjang balok B = p = 36 cm

Lebar balok B = 5 cm

Tinggi balok B = 8 cm

Volume balok B dipotong menjadi dua bagian menurut tingginya sehingga

$$\begin{aligned} \text{Volume 1 potongan balok B} &= p \times l \times \frac{1}{2} t \\ &= 36 \times 5 \times \frac{1}{2} (8) \\ &= 36 \times 5 \times 4 \\ &= 720 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Jadi, selisih 1 potongan balok A dan 1 potongan balok B adalah

$$720 - 480 = 240 \text{ cm}^3.$$

3. **Pembahasan:**

Waktu tempuh Bus Merah (berangkat 06.30 dan tiba 10.30) = $t_M = 4$ jam

Waktu tempuh Bus Biru (berangkat 03.30 dan tiba 09.30) = $t_B = 6$ jam

Misalkan jarak antara kota X dan Y = d km

Kecepatan Bus Merah = $\frac{d}{4}$ km/jam

Kecepatan Bus Biru = $\frac{d}{6}$ km/jam

Oleh karena Bus Biru sudah berjalan 3 jam lebih awal daripada Bus Merah, maka jarak yang sudah ditempuhnya ketika Bus Merah berangkat adalah sebagai berikut.

Jarak yang sudah ditempuh Bus Biru sampai pukul 06:30

$$= \frac{d}{6} \text{ km/jam} \times 3 \text{ jam} = \frac{d}{2} \text{ km}$$

Artinya, pada pukul 06.30, Bus Biru sudah berada setengah jalan menuju kota X, sehingga jarak antara Bus Biru dan Bus Merah adalah $\frac{d}{2}$ km.

Waktu berpapasan = $\frac{\text{Jarak antara Bus Biru dan Bus Merah}}{\text{Kecepatan Bus Merah} + \text{Kecepatan Bus Biru}}$

$$= \frac{\frac{d}{2}}{\frac{d}{4} + \frac{d}{6}} = \frac{\frac{d}{2}}{\frac{3d+2d}{12}}$$

$$= \frac{\frac{d}{2}}{\frac{5d}{12}} = \frac{d}{2} \times \frac{12}{5d}$$

$$= \frac{12d}{10d} = \frac{12d:2d}{10:2d} = \frac{6}{5} \text{ jam}$$

$$\frac{6}{5} \text{ jam} = 1 \text{ jam} + \frac{1}{5} \text{ jam} = 1 \text{ jam} + 12 \text{ menit} = 1 \text{ jam } 12 \text{ menit}$$

1 jam 12 menit setelah pukul 06.30, yaitu $06.30 + 1.12 = 07.42$.

Jadi, kedua bus berpapasan pada pukul 07.42.

4. **Pembahasan:**

Karena 4 kelerengnya berwarna sama, kita hanya memperhatikan banyak kelereng yang dapat dimasukkan ke dalam gelas A, B, dan C.

- 2 gelas kosong (3 cara)

Gelas A	Gelas B	Gelas C
0	0	4
0	4	0
0	0	4

- 1 gelas kosong (9 cara)

Gelas A	Gelas B	Gelas C
0	1	3
0	2	2
0	3	1
1	0	2
2	0	2
3	0	1
1	3	0
2	2	0
3	1	0

- Tidak ada gelas yang kosong (3 cara)

Gelas A	Gelas B	Gelas C
1	1	2
1	2	1
2	1	1

Jadi, banyak cara yang mungkin untuk mengisi ketiga gelas tersebut dengan semua kelereng yang tersedia adalah $3 + 9 + 3 = 15$ cara.

5. **Pembahasan:**

- a. Tabel yang sudah dilengkapi

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		4		7		10		13	
	2		5		8		11		14
3		6		9		12		15	
	28		25		22		19		16
29		26		23		20		17	
	30		27		24		21		18
31		34		37		40		43	
	32		35		38		41		44
33		36		39		42		45	

Perhatikan pola susunan bilangan pada tabel.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		4		7		10		13	
	2		5		8		11		14
3		6		9		12		15	
	28		25		22		19		16
29		26		23		20		17	
	30		27		24		21		18
31		34		37		40		43	
	32		35		38		41		44
33		36		39		42		45	

- 3 baris pertama = bagian ke-1
- bilangan mulai dari kiri
- 3 baris kedua = bagian ke-2
- bilangan mulai dari kanan

Banyak bilangan pada setiap 3 baris adalah 15.

Misalkan 3 baris pertama disebut bagian 1, 3 baris kedua disebut bagian 2, dan seterusnya.

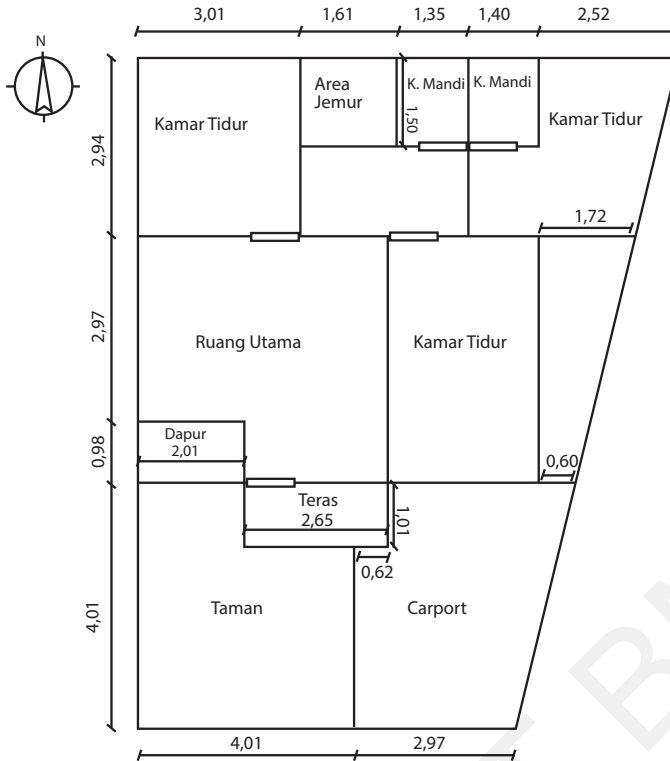
Cara menentukan posisi bilangan 2.024 adalah sebagai berikut.

- Tentukan posisi bilangan 2.024 berada pada bagian ke berapa.
 Karena banyak bilangan pada setiap bagian adalah 15, maka
 $2.024 : 15 = 134$ lebih 14.
 Jadi, posisi bilangan 2.024 berada pada bagian ke-135.
- Tentukan posisi bilangan 2.024 berada pada kolom ke berapa.
 Perhatikan bagian ke-1, ke-3, dan seterusnya (ganjil) mulai dari kiri, sedangkan bagian ke-2, ke-4, dan seterusnya (genap) mulai dari kanan.
 Karena 2024 berada pada bagian ke-135 (ganjil), maka bilangan mulai dari kiri.
 Bilangan terakhir pada bagian ini adalah $135 \times 15 = 2.025$, dengan susunan bilangan seperti berikut.

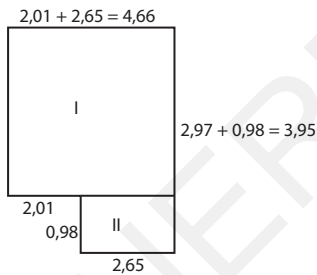
2.011		2.014		2.017		2.020		2.023	
	2.012		2.015		2.018		2.021		2.024
2.013		2.016		2.019		2.022		2.025	

Jadi, bilangan 2.024 terletak pada kolom terakhir, yaitu J.

6. Pembahasan:



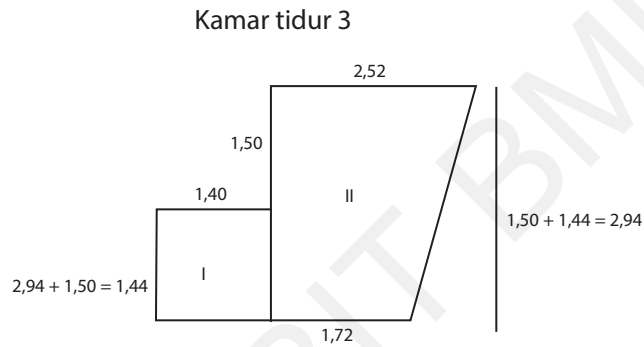
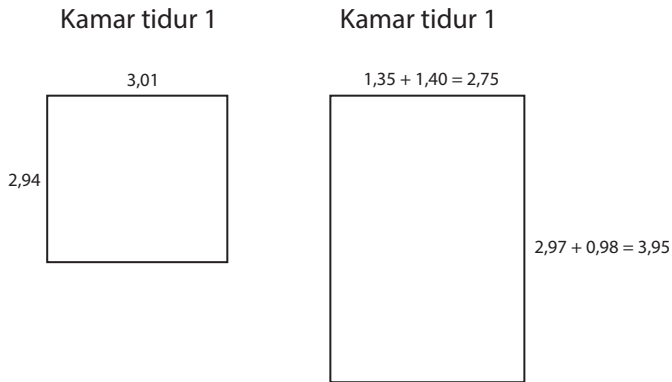
Ruang utama



$$\begin{aligned}
 \text{Luas ruang utama} &= \text{luas persegi panjang I} + \text{luas persegi panjang II} \\
 &= 4,66 \times 2,97 + 2,65 \times 0,98 \\
 &= 13,8402 + 2,597 \\
 &= 16,4372 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

Biaya pemasangan karpet A = $16,4372 \times 250.000$
 = Rp4.109.300,00

- Kamar tidur



Luas kamar tidur 1 = $3,01 \times 2,94 = 8,8494 \text{ m}^2$

Luas kamar tidur 2 = $3,95 \times 2,75 = 10,8625 \text{ m}^2$

Luas kamar tidur 3 = luas persegi panjang I + luas trapesium II

$$= 1,44 \times 1,40 + \frac{1}{2} \times (1,72 + 2,52) \times 2,94$$

$$= 2,016 + 6,2328$$

$$= 8,2488 \text{ m}^2$$

Luas kamar tidur = $8,8494 + 10,8625 + 8,2488$

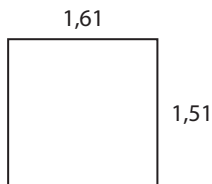
$$= 27,9607 \text{ m}^2$$

Biaya pemasangan karpet B = $27,9607 \times 150.000$

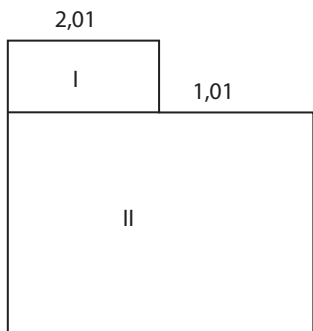
$$= \text{Rp}4.194.105,00$$

- Taman dan area jamur

Area jamur



Taman 1



Taman 2



$$\text{Luas area jamur} = 1,61 \times 1,50 = 2,415 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Luas taman 1} &= \text{luas persegi panjang I} + \text{luas persegi panjang II} \\ &= 2,01 \times 1,01 + 4,01 \times 3,00 \\ &= 2,0301 + \\ &= 14,0601 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas taman 2} &= \frac{1}{2} \times (0,60 + 1,72) \times 3,95 \\ &= \frac{1}{2} \times 2,32 \times 3,95 \\ &= 4,582 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

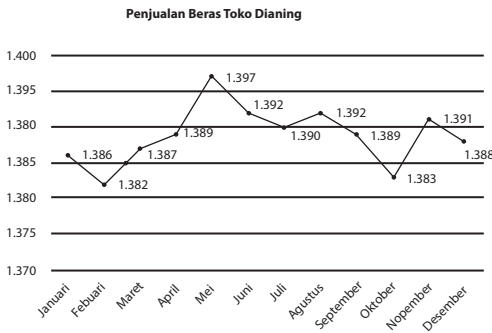
$$\begin{aligned} \text{Luas taman dan area jamur} &= 2,415 + 14,0601 + 4,582 \\ &= 21,0571 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Biaya pemasangan rumput sintetis} &= 21,0571 \times 95.000 \\ &= \text{Rp}2.000.424,50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Biaya yang harus dikeluarkan} &= 4.109.300 + 4.194.105 + 2.000.424,50 \\ &= \text{Rp}10.303.829,50 \end{aligned}$$

7. **Pembahasan:**

Perhatikan diagram berikut.



a. Penurunan penjualan dalam satu tahun:

- Besar penurunan Januari-Februari = $1.386 - 1.382 = 4$ karung
- Besar penurunan Mei-Juni = $1.397 - 1.392 = 5$ karung
- Besar penurunan Juni-Juli = $1.392 - 1.390 = 2$ karung
- Besar penurunan Agustus-September = $1.392 - 1.380 = 3$ karung
- Besar penurunan September-Oktober = $1.389 - 1.383 = 6$ karung
- Besar penurunan November-Desember = $1.391 - 1.388 = 3$ karung

b. Penurunan penjualan terbesar terjadi pada September-Oktober, yaitu sebanyak 6 karung.

8. **Pembahasan:**

Kita perlu membentuk bilangan ribuan abcd dengan digit berbeda dari 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (9 angka), dan bilangan tersebut harus kelipatan 4. Syarat abcd adalah kelipatan 4, yaitu dua digit terakhirnya (cd) habis dibagi 4. Artinya, kita perlu mencari kemungkinan cd terlebih dahulu.

- Kemungkinan cd yang dapat habis dibagi 4 di mana $c \neq d$ adalah sebagai berikut.

04, 08, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 80, 84. Jadi, banyak kemungkinan cd adalah 20.

- Setelah menentukan kemungkinan cd, kita perlu menentukan kemungkinan dua digit pertama (ab).

- Kemungkinan a dapat dipilih dari 7 angka (0 tidak termasuk dan angka yang sudah dipakai untuk cd tidak bisa dipilih lagi)
- Kemungkinan b dapat dipilih dari 6 angka (3 angka sudah dipilih untuk a, c, dan d).

Jadi, banyak kemungkinan ab adalah $7 \times 6 = 42$.

Banyak bilangan abcd yang mungkin = $20 \times 42 = 840$.

9. **Pembahasan:**

Misalkan dua bilangan adalah a dan b dengan $a > b$.

$$a + b = 75 \quad \dots (1)$$

$$\frac{a}{b} = 8 \text{ sisa } 3, \text{ artinya } a = 8b + 3 \quad \dots (2)$$

Substitusi (2) ke (1):

$$a + b = 75$$

$$(8b + 3) + b = 75$$

$$9b + 3 = 75$$

$$9b = 75 - 3$$

$$9b = 72$$

$$b = 72 : 9 = 8$$

Substitusi nilai b ke (2):

$$a = 8b + 3 = 8(8) + 3 = 64 + 3 = 67$$

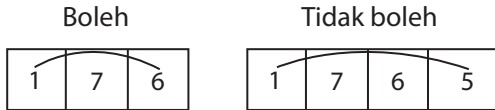
Selisih a dan b:

$$a - b = 67 - 8 = 59$$

Jadi, selisih kedua bilangan tersebut adalah 59.

10. **Pembahasan:**

Perhatikan aturan: mereka hanya dapat melompati kurang dari 1 meter.
 Karena lebar 1 petak 0,5 m, hanya 1 petak yang boleh dilompati.

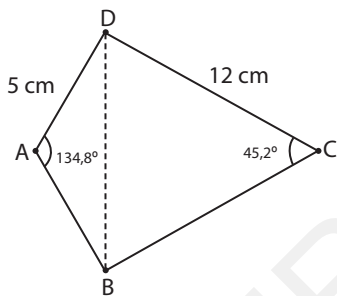


Jalan yang dapat mereka lalui dengan aturan tersebut adalah sebagai berikut.

- 1, 2, 3, 6, 11 → 1 + 2 + 3 + 6 + 11 = 23
- 1, 2, 4, 5, 11 → 1 + 2 + 4 + 5 + 11 = 23
- 1, 6, 9, 10, 11 → 1 + 6 + 9 + 10 + 11 = 37
- 1, 7, 6, 4, 11 → 1 + 7 + 6 + 4 + 11 = 29
- 1, 8, 6, 5, 11 → 1 + 8 + 6 + 5 + 11 = 31

11. **Pembahasan:**

Perhatikan gambar berikut.



Jumlah sudut dalam layang-layang = 360°

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

$$134,8^\circ + \angle B + 45,2^\circ + \angle D = 360^\circ$$

$$134,8^\circ + 45,2^\circ + \angle B + \angle D = 360^\circ$$

$$180^\circ + \angle B + \angle D = 360^\circ$$

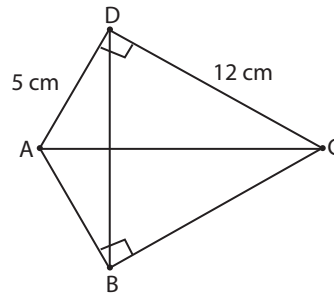
$$\angle B + \angle D = 360^\circ - 180^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

Karena $\angle B = \angle D$, maka $\angle B = \angle D =$

$$\frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

Layang-layang digambarkan lagi seperti berikut.



$$AC^2 = CD^2 + AD^2$$

$$AC^2 = 12^2 + 5^2$$

$$AC^2 = 144 + 25$$

$$AC^2 = 169$$

$$AC = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

Luas layang-layang = $2 \times$ luas segitiga ACD
 (karena $ACD = ABC$)

$$\frac{1}{2} \times AC \times BD = 2 \times \frac{1}{2} \times AD \times CD$$

$$AC \times BD = 2 \times AD \times CD$$

$$BD = \frac{2 \times AD \times CD}{AC}$$

$$BD = \frac{2 \times 5 \times 12}{13}$$

$$BD = \frac{120}{13} = 9,23 \text{ cm}$$

12. **Pembahasan:**

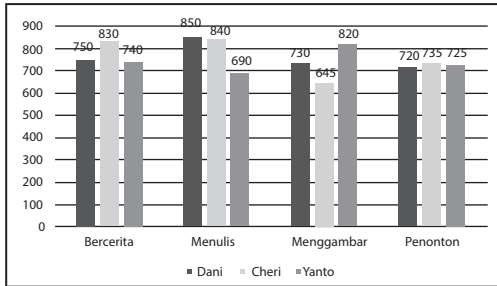
Banyak lantai = 4 (lantai 1, lantai 2, lantai 3, dan lantai 4)

Banyak cara naik turun = 3 (lift, tangga berjalan, dan tangga biasa)

- Banyak cara naik dari lantai 1 ke lantai 2 = 3
- Banyak cara naik dari lantai 2 ke lantai 3 = 3
- Banyak cara naik dari lantai 3 ke lantai 4 = 3
- Banyak cara turun dari lantai 4 ke lantai 3 = 3
- Banyak cara turun dari lantai 3 ke lantai 2 = 3
- Banyak cara turun dari lantai 2 ke lantai 1 = 3

Jadi, banyak kemungkinan rute yang ditempuh oleh Andi dan Bani sehingga rencana mereka terlaksana dan kembali lagi ke lantai 1 = $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$.

13. Perhatikan diagram berikut.



Nilai dari setiap finalis adalah sebagai berikut.

- Dani
 - Nilai lomba bercerita = 750
 - Nilai lomba menulis = 850
 - Nilai lomba menggambar = 730
 - Nilai dari penonton = 720
- Cheri
 - Nilai lomba bercerita = 830
 - Nilai lomba menulis = 840
 - Nilai lomba menggambar = 645
 - Nilai dari penonton = 735
- Yanto
 - Nilai lomba bercerita = 740
 - Nilai lomba menulis = 690
 - Nilai lomba menggambar = 820
 - Nilai dari penonton = 725

Penentuan juara setiap jenis lomba adalah sebagai berikut.

- Lomba bercerita
 - Jumlah nilai Dani = $750 + 720 = 1.470$
 - Jumlah nilai Cheri = $830 + 735 = 1.565$
 - Jumlah nilai Yanto = $740 + 725 = 1.465$

Juara lomba bercerita adalah finalis dengan jumlah tertinggi, yaitu Cheri.

- Lomba menulis
 - Jumlah nilai Dani = $850 + 720 = 1.570$
 - Jumlah nilai Cheri = $840 + 735 = 1.575$
 - Jumlah nilai Yanto = $690 + 725 = 1.415$

Juara lomba menulis adalah finalis dengan jumlah tertinggi, yaitu Cheri.

- Lomba menggambar
 - Jumlah nilai Dani = $730 + 720 = 1.450$
 - Jumlah nilai Cheri = $645 + 735 = 1.380$
 - Jumlah nilai Yanto = $820 + 725 = 1.545$

Juara lomba menggambar adalah finalis dengan jumlah tertinggi, yaitu Yanto.

Penentuan juara favorit adalah sebagai berikut.

- Nilai akhir Dani

$$= 60\% \left(\frac{750 + 850 + 730}{3} \right) + 40\%(720)$$

$$= 466 + 288 = 754$$
- Nilai akhir Cheri

$$= 60\% \left(\frac{830 + 840 + 645}{3} \right) + 40\%(735)$$

$$= 463 + 294 = 757$$
- Nilai akhir Yanto

$$= 60\% \left(\frac{740 + 690 + 820}{3} \right) + 40\%(725)$$

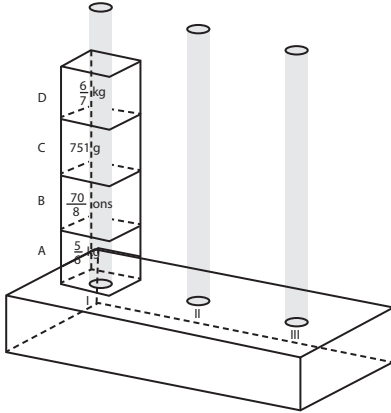
$$= 450 + 290 = 740$$

Juara favorit adalah finalis dengan nilai akhir tertinggi, yaitu Cheri.

SOAL EKSPLORASI

1. Pembahasan:

Perhatikan gambar berikut.



Ubahlah satuan berat setiap balok tersebut ke gram terlebih dahulu.

$$\text{Kubus A} \rightarrow \frac{5}{6} \text{ kg} \approx 833 \text{ gram}$$

$$\text{Kubus B} \rightarrow \frac{70}{8} \text{ ons} = 875 \text{ gram}$$

$$\text{Kubus C} \rightarrow 751 \text{ gram}$$

$$\text{Kubus D} \rightarrow \frac{6}{7} \text{ kg} \approx 857 \text{ gram}$$

Urutan kubus pada tiang III harus dari berat ke ringan (bawah ke atas), yaitu B, D, A, C. Langkah pemindahan kubus dari tiang I ke tiang II dan III adalah sebagai berikut.

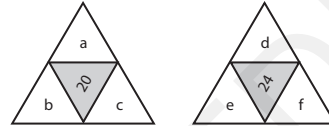
- 1) Pindahkan D dari tiang I ke tiang II
- 2) Pindahkan C dari tiang I ke tiang II (C bisa di atas D karena lebih ringan)
- 3) Pindahkan B dari tiang I ke tiang III (B paling berat)
- 4) Pindahkan A dari tiang I ke tiang III (A bisa di atas B karena lebih ringan)
- 5) Pindahkan C dari tiang II kembali ke tiang I (agar bisa ambil D)
- 6) Pindahkan A dari tiang III kembali ke tiang I (agar bisa digantikan dengan D)
- 7) Pindahkan D dari tiang II ke tiang III (D benar tepat di atas B sesuai urutan)

- 8) Pindahkan A dari tiang I ke tiang III (A benar tepat di atas D sesuai urutan)
- 9) Pindahkan C dari tiang I ke tiang III (C benar tepat di atas A sesuai urutan)

Jadi, banyak langkah minimal memindahkan susunan kubus dari tiang I ke tiang III adalah 9.

2. Pembahasan:

Perhatikan gambar berikut.



Diketahui: a, b, dan c berada pada rentang 1–19.

d, e, dan f berada pada rentang 1–19 dan 21–23.

$a \neq b \neq c \neq d \neq e \neq f$ (karena 1 bilangan 1 kartu)

$$a + b + c = 20$$

$$d + e + f = 24$$

$$D = a \times b \times c \times d \times e \times f$$

a. Agar D maksimum, kita perlu memaksimalkan $a \times b \times c$ dan $d \times e \times f$. Untuk memaksimalkan hasil perkalian tiga bilangan dengan jumlah tetap, ketiga bilangan tersebut harus sedekat mungkin satu sama lain.

- Memaksimalkan $a \times b \times c$
Tiga bilangan berbeda dengan jumlah 20 yang paling dekat satu sama lain adalah 5, 7, 8. Hasil perkaliannya adalah $5 \times 7 \times 8 = 280$.
- Memaksimalkan $d \times e \times f$
Tiga bilangan berbeda (5, 7, dan 8 tidak boleh karena sudah dipakai) yang paling dekat satu sama lain adalah 4, 9, dan 11. Hasil perkaliannya adalah $4 \times 9 \times 11 = 396$.

Jadi, enam keping segitiga agar D maksimum adalah 4, 5, 7, 8, 9, dan 11.

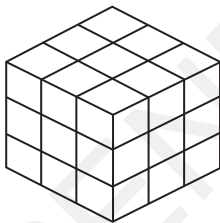
b. Keping 4, 5, 7, 8, 9, dan 11 sudah terpakai sehingga tidak boleh digunakan lagi. Jadi, keping yang tersisa adalah 1, 2, 3, 6, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 23.

- Memaksimumkan $a \times b \times c$
Tiga bilangan berbeda dengan jumlah 20 yang paling dekat satu sama lain adalah 2, 6, 12. Hasil perkaliannya adalah $2 \times 6 \times 12 = 144$.
- Memaksimumkan $d \times e \times f$
Tiga bilangan berbeda (2, 6, dan 12 tidak boleh karena sudah dipakai) yang paling dekat satu sama lain adalah 1, 10, dan 13. Hasil perkaliannya adalah $1 \times 10 \times 13 = 130$.

Jadi, enam keping segitiga lain agar D maksimum adalah 1, 2, 6, 10, 12, dan 13.

3. **Pembahasan:**

Kubus dengan tiga warna disusun menggunakan pola selang-seling seperti berikut.



Lapisan atas:

- Kuning, Merah, Hijau
- Hijau, Kuning, Merah
- Merah, Hijau, Kuning

Lapisan tengah:

- Merah, Hijau, Kuning
- Kuning, Merah, Hijau
- Hijau, Kuning, Merah

Lapisan bawah:

- Hijau, Kuning, Merah
- Merah, Hijau, Kuning
- Kuning, Merah, Hijau

4. **Pembahasan:**

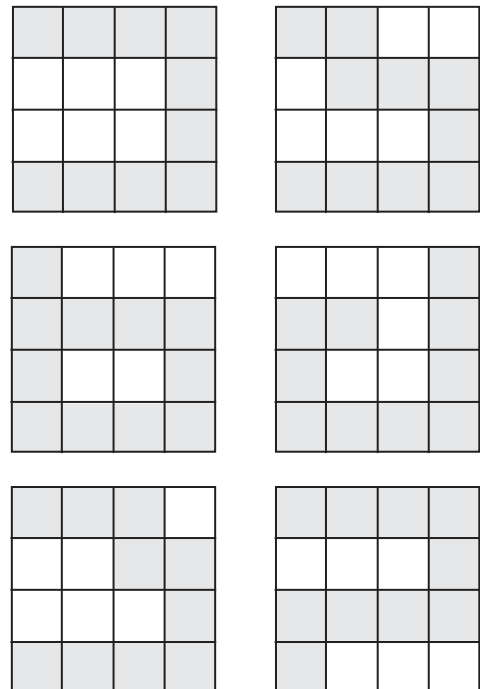
Kita dapat menghitung keliling maksimum yang dapat dicapai oleh 10 persegi dengan rumus berikut.

$$\text{Keliling maksimum} = (4 \times \text{jumlah persegi}) - (2 \times \text{jumlah sisi dalam minimum})$$

Jumlah sisi dalam minimum adalah 9, karena untuk membentuk 10 persegi yang terhubung harus ada minimal 9 sisi yang menempel. Dengan demikian,

$$\text{Keliling maksimum} = (4 \times 10) - (2 \times 9) = 40 - 18 = 22$$

Keliling maksimum dicapai dengan syarat setiap persegi harus bersisian dengan persegi lain paling banyak 2. Beberapa kemungkinan bangun yang terbentuk agar keliling maksimum adalah sebagai berikut.



5. **Pembahasan:**

a. Posisi 1

Kemungkinan 1:

	2	
0	B	1
	3	

	4	
1	E	5
	7	

Kemungkinan 2:

	7	
4	A	2
	2	

	6	
2	F	3
	8	

Kemungkinan 3:

	3	
7	D	4
	0	

	7	
4	A	2
	2	

Kemungkinan 4:

	4	
1	E	5
	7	

	8	
5	C	9
	6	

b. Posisi 2

Kemungkinan 1:

	7	
4	A	2
	2	

Kemungkinan 2:

	2	
0	B	1
	3	

Kemungkinan 3:

	8	
5	C	9
	6	

	2	
0	B	1
	3	

	3	
7	D	4
	0	

	6	
2	F	3
	8	

Kemungkinan 4:

	6	
2	F	3
	8	

Kemungkinan 5:

	4	
1	E	5
	7	

	8	
5	C	9
	6	

	7	
4	A	2
	2	

c. Posisi 3

Kemungkinan 1:

	3	
7	D	4
	0	

	7	
4	A	2
	2	

	6	
2	F	3
	8	

Kemungkinan 2:

	2	
0	B	1
	3	

	4	
1	E	5
	7	

	8	
5	G	9
	6	

d. Posisi 4

	2	
0	B	1
	3	

	4	
1	E	5
	7	

	8	
5	C	9
	6	

	3	
7	D	4
	0	

e. Posisi 5

	2	
0	B	1
	3	

	4	
1	E	5
	7	

	8	
5	C	9
	6	

	3	
7	D	4
	0	

	7	
4	A	2
	2	

f. Posisi 6

	2	
0	B	1
	3	

	4	
1	E	5
	7	

	8	
5	C	9
	6	

	3	
7	D	4
	0	

	7	
4	A	2
	2	

	6	
2	F	3
	8	

6. **Pembahasan:**

				2			
				4			
1	6	9	6	0		5	8
	5			4	1	2	1
	9				8		0
3	2	7	7	5		6	3
							4
							3

Masing-masing angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 dapat dipakai sebanyak 2 kali. Kita bahas satu per satu jawabannya, mulai dari 6 mendatar.

- 6 Mendatar
Bilangan palindrom kubik yang terdiri atas tiga digit hanya 343.
- 4 mendatar
Bilangan palindrom kuadrat yang terdiri atas tiga digit adalah 121, 484, dan 676. 676 tidak bisa karena angka 6 sudah dipakai 2 kali. 484 juga tidak bisa karena angka 4 sudah dipakai 1 kali. Bilangan yang mungkin hanya 121.
- 5 menurun
Bilangan yang habis dibagi 37 dan 73 adalah bilangan kelipatan $37 \times 73 = 2.701$. Karena digit terakhir 3, maka kelipatan dari 2.701 yang tepat adalah $2.701 \times 3 = 8.103$.
- Angka-angka yang belum terpakai tinggal 2, 4, 5, 5, 7, 7, 8, 9
- 3 mendatar
Karena angka-angkanya prima, kombinasi angka yang mungkin yaitu 2, 5, 5, 7, dan 7. 3 mendatar bersinggungan dengan 1 menurun. Karena 1 menurun bilangan genap, maka digit awal pada 3 mendatar adalah 2. Karena 3 mendatar kelipatan 15, maka digit akhir yang mungkin yaitu 5. Bilangan kelipatan 15 yang mungkin dari kombinasi bilangan prima adalah 2775.
- Sisa angka yang belum terpakai: 4, 5, 8, 9
- 2 menurun
Angka yang baru terlihat: _01_5. Agar menjadi bilangan kelipatan 9, jumlah digit bilangan harus bisa dibagi 9. Bilangan yang mungkin adalah 40.185.
- Sisa angka 5 dan 9
- 1 menurun: 6_ _2
Bilangan yang mungkin 6592 atau 6952
 $6592 = 2^6 \times 103$, tepat 2 faktor prima
 $6952 = 2^3 \times 11 \times 79$, 3 faktor prima
Bilangan yang tepat = 6592