

# PEMBAHASAN PREDIKSI OSN

## SOAL ISIAN SINGKAT

1. Jawaban: 3

### Pembahasan:

Syarat: jumlah dua bilangan terdekat tidak habis dibagi 2, 5, dan 7.

- Bilangan terdekat 9  
Bilangan yang memenuhi syarat hanya 8.  
 $9 + 8 = 17$  (tidak habis dibagi 2, 5, dan 7)

1 — 2 — 4 — 8 — 9

Bilangan yang tersisa adalah 1, 3, 5, 6, dan 7.

- Bilangan antara 2 dan 4

1 — 2 — 7 — 4 — 8 — 9

Bilangan yang memenuhi syarat hanya 7.

$2 + 7 = 9$  (tidak habis dibagi 2, 5, dan 7)

$7 + 4 = 11$  (tidak habis dibagi 2, 5, dan 7)

Bilangan yang tersisa adalah 1, 3, 5, dan 6.

- Bilangan terdekat 2 selain 7.  
Bilangan yang memenuhi syarat hanya 1.

$2 + 1 = 3$  (tidak habis dibagi 2, 5, dan 7)

1 — 2 — 7 — 4 — 8 — 9

Bilangan yang tersisa adalah 3, 5, dan 6.

- Bilangan terdekat 4 selain 7  
Bilangan yang memenuhi syarat hanya 5.  
 $4 + 5 = 9$  (tidak habis dibagi 2, 5, dan 7)

1 — 2 — 7 — 4 — 5 — 8 — 9

Bilangan yang tersisa adalah 3 dan 6.

- Bilangan terdekat 8 selain 9  
Bilangan yang memenuhi syarat hanya 3, sehingga bilangan antara 5 dan 3 adalah 6.

1 — 2 — 7 — 4 — 5 — 6 — ③ — 8 — 9

Jadi, nilai  $a$  adalah 3.

2. Jawaban: 5

### Pembahasan:

Luas trapesium dalam =  $\frac{1}{2} \times (14 + 20) \times 10$   
 $= 170 \text{ cm}^2$

Luas trapesium dalam : Luas trapesium luar  
 $= 4 : 9$ , sehingga:

Luas trapesium luar =  $\frac{9}{4} \times$  Luas trapesium dalam

$$\frac{1}{2} \times (21 + 30) \times (10 + x) = \frac{9}{4} \times 170$$

$$25,5 \times (10 + x) = 382,5$$

$$10 + x = \frac{382,5}{25,5}$$

$$10 + x = 15$$

$$x = 5$$

Jadi, panjang  $x$  adalah 5 cm.

3. Jawaban: 35

**Pembahasan:**

Waktu latihan menari 6 hari =  $x_1 = 1$  jam 20 menit = 80 menit

Waktu latihan menari 3 hari =  $x_2 = 1$  jam 45 menit = 105 menit

Waktu latihan menari 1 hari =  $x_3$  (hari terakhir atau kesepuluh)

Rata-rata waktu latihan selama 10 hari = 89 menit

$$\frac{6x_1 + 3x_2 + x_3}{10} = 89$$

$$\Leftrightarrow \frac{6(80) + 3(105) + x_3}{10} = 89$$

$$\Leftrightarrow \frac{480 + 315 + x_3}{10} = 89$$

$$\Leftrightarrow \frac{795 + x_3}{10} = 89$$

$$\Leftrightarrow 795 + x_3 = 890$$

$$\Leftrightarrow x_3 = 95$$

Jadi, lama waktu latihan Hilda pada hari terakhir adalah 95 menit = 1 jam lebih 35 menit.

4. Jawaban: 10

**Pembahasan:**

Kemungkinan mahasiswa yang terpilih sebagai asisten penelitian adalah sebagai berikut.

- (1) A, B, dan C
- (2) A, B, dan D
- (3) A, B, dan E

- (4) A, C, dan D
- (5) A, C, dan E
- (6) A, D, dan E
- (7) B, C, dan D
- (8) B, C, dan E
- (9) B, D, dan E
- (10) C, D, dan E

Jadi, banyak cara memilih asisten penelitian adalah 10.

5. Jawaban: 85

**Pembahasan:**

Mula-mula, kita susun ulang persamaan yang diberikan.

$$\frac{31 \times p}{5 \times q} = 21,08$$

$$\Leftrightarrow 31 \times p = 105,4 \times q$$

$$\Leftrightarrow 10 \times 31 \times p = 10 \times 105,4 \times q \text{ (kedua ruas dikali 10 agar menjadi bentuk bulat)}$$

$$\Leftrightarrow 310 \times p = 1.054 \times q$$

Kemudian, kita ubah persamaannya menjadi bentuk pembagian seperti berikut.

$$\Leftrightarrow \frac{p}{q} = \frac{1.054}{310}$$

$$\Leftrightarrow \frac{p}{q} = \frac{1.054 : 62}{310 : 62} \text{ (FPB dari 1.054 dan 310 adalah 62, maka pembilang dan penyebut dibagi 62 untuk menyederhanakannya)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{p}{q} = \frac{17}{5}$$

Nilai terkecil dari  $p$  dan  $q$  adalah  $p = 17$  dan  $q = 5$ .

Jadi, nilai terkecil dari  $p \times q = 17 \times 5 = 85$ .

6. Jawaban: Selasa

**Pembahasan:**

Untuk mengetahui kapan Safiq, Haqi, dan Alisha berlatih pencak silat bersama-sama, tentukan KPK dari 6, 8, dan 10.

Kelipatan 4 = 4, 8, 12, 16, 20, **24**, 28, 32, 36, 40, **48**, ...

Kelipatan 6 = 6, 12, 18, **24**, 30, 36, 42, **48**, 54, 60, ...

Kelipatan 8 = 8, 16, **24**, 32, 40, **48**, 54,

Kelipatan persekutuan dari 4, 6, dan 8 adalah **24, 48**, ...

Kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dari 4, 6, dan 8 adalah 24.

Jadi, jika Safiq, Haqi, dan Alisha berlatih bersama pada hari Sabtu, mereka akan berlatih bersama-sama lagi pada 24 hari setelah hari Sabtu, yaitu hari Selasa.

7. Jawaban: 53

**Pembahasan:**

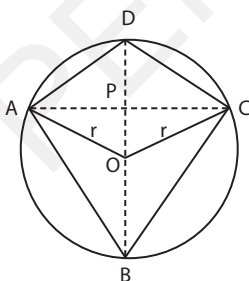
$$\begin{aligned} \text{Diketahui } a &= 82 \text{ dan } b = 65, \text{ maka} \\ 23 \times (a \times 4 + b \times 6) &= 23 \times (82 \times 4 + 65 \times 8) \\ &= 23 \times (328 + 520) \\ &= 23 \times 848 \\ &= 23 \times 2^4 \times \mathbf{53} \end{aligned}$$

Faktor prima terbesarnya adalah 53.

8. Jawaban: 80

**Pembahasan:**

Perhatikan gambar berikut.



Misal jari-jari lingkaran =  $r$

Luas lingkaran =  $314 \text{ cm}^2$

$$3,14 \times r^2 = 314$$

$$r^2 = 314 : 3,14$$

$$r^2 = 100$$

$$r^2 = 10^2$$

$$r = 10 \text{ cm}$$

$BD$  adalah diameter lingkaran, sehingga  $BD = 2 \times r = 2 \times 10 = 20 \text{ cm}$

$AC : BD = 4 : 5$  sehingga:

$$\frac{AC}{BD} = \frac{4}{5}$$

$$AC = \frac{4}{5} \times BD = \frac{4}{5} \times 20 = 16 \text{ cm}$$

$$\text{Luas } ABCD = \frac{1}{2} \times AC \times BD = \frac{1}{2} \times 16 \times 20 = 160 \text{ cm}^2$$

$O$  titik pusat lingkaran sehingga  $DO$  adalah jari-jari di mana  $DO = r = 10 \text{ cm}$

$$\text{Luas } ADCO = \frac{1}{2} \times AC \times DO = \frac{1}{2} \times 16 \times 10 = 80 \text{ cm}^2$$

Luas daerah berwarna putih = luas  $ABCD$  – luas  $ADCO$

$$= 160 - 80 = 80 \text{ cm}^2$$

9. Jawaban: 25,5

**Pembahasan:**

Perhatikan tabel berikut.

Ukuran Celana Panjang	Banyak Siswa
23	7
24	10
25	15
26	21
27	14
28	19
29	8

Nilai tengah (median) dari data tersebut adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \text{Median} &= \frac{\text{data ke-}\left(\frac{94}{2}\right) + \text{data ke-}\left(\frac{94}{2}\right) + 1}{2} \\ &= \frac{\text{data ke-}47 + \text{data ke-}48}{2} \\ &= \frac{25 + 26}{2} = \frac{51}{2} = 25,5 \end{aligned}$$

10. Jawaban: 11

**Pembahasan:**

Data waktu tempuh 4 tes lari adalah 12, 13, 14, dan 12.

Misalkan waktu tempuh tes lari kelima adalah  $a$ .

Oleh karena rata-rata dari 5 kali tes lari tidak boleh lebih dari 12,5, maka:

$$\frac{12 + 13 + 14 + 12 + a}{5} \leq 12,5$$

$$12 + 13 + 14 + 12 + a \leq 62,5$$

$$51 + a \leq 62,5$$

$$a \leq 11,5$$

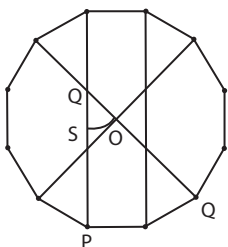
Berdasarkan hasil tersebut, maka waktu tes kelima adalah waktu terpendek sehingga waktu terpanjangnya adalah 14. Ini memenuhi syarat kedua, yaitu selisih waktu terpanjang dan terpendek lebih dari 2 detik.

Diketahui waktu tempuh yang diperoleh Syarif setiap tes adalah bilangan bulat. Jadi, waktu tempuh tes lari kelima yang harus dicapai Syarif paling besar adalah bilangan bulat yang lebih kecil dan paling dekat dengan 11,5, yaitu 11 detik.

11. Jawaban:  $45^\circ$

**Pembahasan:**

Perhatikan gambar berikut.



Berdasarkan gambar tersebut, maka diperoleh sebagai berikut.

- $\angle QOS = \frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ$
- Segitiga  $OQS$  adalah segitiga siku-siku sama kaki dengan  $\angle OQS = \angle OSQ$

Oleh karena itu,

$$\angle PQR = \angle OQS$$

$$= \frac{180^\circ - \angle QOS}{2} = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

12. Jawaban: 10

**Pembahasan:**

Dua bilangan positif hasil kalinya sama dengan 16.

Kemungkinan kedua bilangan tersebut dapat disajikan dalam tabel berikut.

Bilangan pertama	Bilangan kedua	Hasil Kali
1	16	16
2	8	16
4	4	16
8	2	16
16	1	16

Diketahui pangkat dua bilangan pertama sama dengan pangkat enam bilangan kedua. Temukan kemungkinan bilangan yang memenuhinya.

kedua. Temukan kemungkinan bilangan yang memenuhinya.

- Bilangan pertama 1 dan bilangan kedua 16 tidak memenuhi karena  $1^2 \neq 16^6$
- Bilangan pertama 2 dan bilangan kedua 8 tidak memenuhi karena  $2^2 \neq 8^6$
- Bilangan pertama 4 dan bilangan kedua 4 tidak memenuhi karena  $4^2 \neq 4^6$
- Bilangan pertama 8 dan bilangan kedua 2 memenuhi karena  $8^2 = 2^6$

- Bilangan pertama 16 dan bilangan kedua 1 tidak memenuhi karena  $16^2 \neq 1^6$   
Jadi, dua bilangan positif tersebut adalah 8 dan 2.  
Jumlah dari kedua bilangan tersebut adalah  $8 + 2 = 10$ .

13. Jawaban: 32.000

**Pembahasan:**

Bilangan ganjil yang kurang dari 401 adalah 1, 3, 5, 7, ... 399.

$$\text{Banyak bilangan ganjil dari 1 sampai 399} = \frac{399+1}{2} = \frac{400}{2} = 200$$

Jumlah bilangan ganjil kurang dari 401

$$= 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 399$$

$$= \frac{\text{banyaknya}}{2} (\text{bilangan pertama} + \text{bilangan terakhir})$$

$$= \frac{200}{2} (1 + 399) = 100 (400) = 40.000$$

Bilangan ganjil kelipatan 5 yang kurang dari 401 adalah 5, 15, 25, 35, ... 395.

$$\text{Banyak bilangan ganjil kelipatan 5 mulai dari 5 sampai 395} = \frac{395-5}{10} + 1 = 39 + 1 = 40$$

Jumlah bilangan ganjil kelipatan 5 yang kurang dari 401

$$= 5 + 15 + 25 + 35 + \dots + 395$$

$$= \frac{\text{banyaknya}}{2} (\text{bilangan pertama} + \text{bilangan terakhir})$$

$$= \frac{40}{2} (5 + 395) = 20 (400) = 8.000$$

Jumlah bilangan ganjil bukan kelipatan 5 kurang dari 401

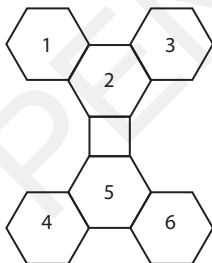
= Jumlah bilangan ganjil kurang dari 401 – Jumlah bilangan ganjil kelipatan 5 yang kurang dari 401

$$= 40.000 - 8.000 = 32.000$$

14. Jawaban: 24

**Pembahasan:**

Perhatikan gambar berikut.



Terdapat 6 segi enam dan 1 persegi. Kita akan memulai mewarnai persegi terlebih dahulu.

- 1) Mewarnai persegi  
Persegi dapat diwarnai dengan salah satu dari 3 warna, yaitu hijau, kuning, atau cokelat.
  - 2) Mewarnai segi enam 1  
Ada 2 pilihan warna, yaitu merah atau biru.
  - 3) Mewarnai segi enam 2  
Segi enam 2 bersisian dengan segi enam 1. Oleh karena segi enam yang bersisian tidak boleh diberikan warna yang sama, maka tersisa 1 pilihan warna.
  - 4) Mewarnai segi enam 3  
Segi enam 3 bersisian dengan segi enam 2. Oleh karena segi enam yang bersisian tidak boleh diberikan warna yang sama, maka tersisa 1 pilihan warna.
  - 5) Mewarnai segi enam 4  
Ada 2 pilihan warna, yaitu merah atau biru.
  - 6) Mewarnai segi enam 5  
Segi enam 5 bersisian dengan segi enam 4. Oleh karena segi enam yang bersisian tidak boleh diberikan warna yang sama, maka tersisa 1 pilihan warna.
  - 7) Mewarnai segi enam 6  
Segi enam 6 bersisian dengan segi enam 5. Oleh karena segi enam yang bersisian tidak boleh diberikan warna yang sama, maka tersisa 1 pilihan warna.
- Berdasarkan prinsip perkalian, total susunan warna yang mungkin adalah
- $$3 \times 2 \times 1 \times 1 \times 2 \times 1 \times 1 = 24$$

Jadi, banyak susunan warna yang mungkin dibuat oleh Adit adalah 24.

15. Jawaban: 10

**Pembahasan:**

Bilangan ratusan habis dibagi 5 jika angka satuannya adalah 0 atau 5. Jadi, kita hanya perlu menentukan banyak kemungkinan angka ratusan dan puluhannya.

- Menentukan kemungkinan angka ratusan dan puluhan untuk satuan 0
  - Banyak kemungkinan angka ratusannya adalah 3 (dipilih dari 2, 5, dan 7)
  - Banyak kemungkinan angka puluhannya adalah 2 (1 sudah dipakai untuk ratusan)Ada  $3 \times 2 = 6$  kemungkinan.
- Menentukan kemungkinan angka ratusan dan puluhan untuk satuan 5
  - Banyak kemungkinan angka ratusannya adalah 2 (dipilih dari 2 dan 7, 0 tidak termasuk karena angka ratusan tidak boleh 0)
  - Banyak kemungkinan angka puluhannya adalah 2 (1 sudah dipakai untuk ratusan, tetapi 0 termasuk)

Ada  $2 \times 2 = 4$  kemungkinan.

Jadi, banyak bilangan yang dapat terbentuk adalah  $6 + 4 = 10$ .

16. Jawaban: 1,8

**Pembahasan:**

$$\text{Bagian tepung terigu untuk membuat bolu keju dan bronis} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\text{Bagian sisa tepung terigu setelah dibuat bolu keju dan bronis} = 1 - \frac{5}{6} = \frac{6-5}{6} = \frac{1}{6}$$

Bagian tepung terigu untuk membuat kue kering

$$= \frac{1}{5} \times \text{bagian sisa tepung terigu setelah dibuat bolu keju dan bronis}$$

$$= \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$$

Bagian sisa tepung terigu setelah dibuat bolu keju, bronis, dan kue kering

$$= 1 - \frac{5}{6} - \frac{1}{30} = \frac{1}{6} - \frac{1}{30} = \frac{5-1}{30} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$$

Banyak tepung terigu yang digunakan untuk membuat bronis

$$= \frac{\text{bagian tepung terigu untuk membuat bronis}}{\text{bagian sisa tepung terigu}} \times \text{sisa tepung terigu}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{15}} \times 720 = \frac{15}{2} \times 720 = 1.800 \text{ gram} = 1,8 \text{ kg}$$

17. Jawaban: Kamis

**Pembahasan:**

Setiap tahun, hari bergeser maju 1 hari, kecuali pada tahun kabisat yang bergeser maju 2 hari. Tahun ke-50 dari 1945 adalah 1995.

Tahun kabisat dari 1945 sampai 1995 ada 12, yaitu 1948, 1952, 1956, 1960, 1964, 1968, 1972, 1976, 1980, 1984, 1988, dan 1992.

Total pergeseran hari

$$= \text{pergeseran hari 38 bukan kabisat} + \text{pergeseran hari 12 tahun kabisat}$$

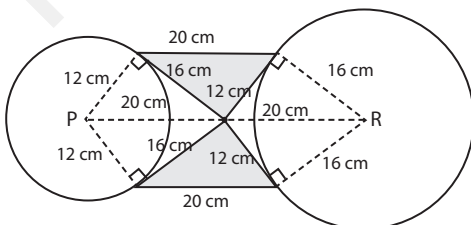
$$= 38 \times 1 + 12 \times 2 = 38 + 24 = 62$$

Oleh karena  $62 : 7 = 8$  sisa 6, maka Jumat bergeser 6 hari menjadi Kamis.

18. Jawaban: 192

**Pembahasan:**

Perhatikan gambar berikut.



Daerah yang diarsir adalah 2 segitiga siku-siku dengan alas 12 cm dan tinggi 16 cm.

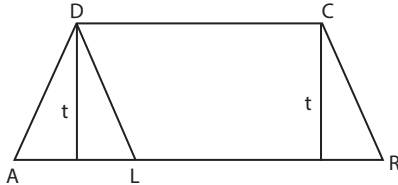
Luas daerah yang diarsir =  $2 \times$  luas segitiga siku-siku

$$= 2 \times \frac{12 \times 16}{2} = 2 \times 96 = 192 \text{ cm}^2$$

19. Jawaban: 40

**Pembahasan:**

Perhatikan gambar berikut.



Oleh karena  $BC \parallel ED$ , maka  $t$  adalah tinggi dari trapesium  $ABCD$ , jajargenjang  $EBCD$ , dan segitiga  $ADE$ .

Luas jajargenjang  $EBCD = 240 \text{ cm}^2$

Alas  $\times$  Tinggi = 240

$$EB \times t = 240$$

$CD \times t = 240$  (pada jajargenjang  $EBCD$ ,  $EB \parallel CD$  dan  $EB = CD$ )

$$24 \times t = 240$$

$$t = 10 \text{ cm}$$

Oleh karena  $AE : EB = 1 : 3$ , maka

$$\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$$

$$AE = \frac{1}{3} \times EB$$

$$AE = \frac{1}{3} \times CD \text{ (pada jajargenjang } EBCD, EB \parallel CD \text{ dan } EB = CD)$$

$$AE = \frac{1}{3} \times 24 = 8 \text{ cm}$$

$$\text{Luas segitiga } ADE = \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$$

$$= \frac{1}{2} \times AE \times t = \frac{1}{2} \times 8 \times 10 = 40 \text{ cm}^2$$

20. Jawaban: 1.281

**Pembahasan:**

Bilangan kuadrat sempurna yang terdiri dari 3 angka berada di antara  $10^2 = 100$  sampai  $31^2 = 961$ .

Bilangan kuadrat 3 angka yang polindrom adalah sebagai berikut.

- $11^2 = 121$
- $22^2 = 484$
- $26^2 = 676$

Jumlah bilangan-bilangan tersebut adalah  $121 + 484 + 676 = 1.281$ .

21. Jawaban: 3 : 5

**Pembahasan:**

$$\text{Usia Azis} = \frac{4}{5} \text{ Usia Sahid} \rightarrow \text{Usia Sahid} = \frac{5}{4} \text{ Usia Azis}$$

$$\text{Usia Sahid} = \frac{3}{4} \text{ Usia Rahma}$$

$$\text{Artinya, } \frac{5}{4} \text{ Usia Azis} = \frac{3}{4} \text{ Usia Rahma}$$

$$\frac{\text{Usia Azis}}{\text{Usia Rahma}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}}$$

$$\frac{\text{Usia Azis}}{\text{Usia Rahma}} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$$

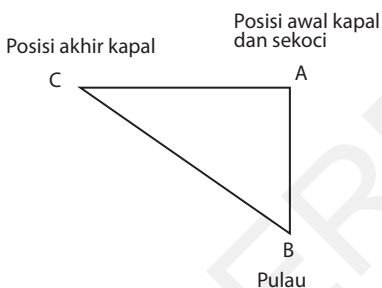
$$\frac{\text{Usia Azis}}{\text{Usia Rahma}} = \frac{3}{5}$$

Jadi, perbandingan usia Azis dan Rahma adalah 3 : 5.

22. Jawaban: 18

**Pembahasan:**

Pergerakan sekoci dapat digambarkan seperti berikut.



Jarak maksimum yang dapat ditempuh sekoci

$$= 12 \text{ km/jam} \times 4 \text{ jam} = 48 \text{ km}$$

Agar sekoci dapat kembali ke kapal sesuai bahan bakarnya, maka waktu tempuh kapal maksimum juga 4 jam.

Jarak tempuh kapal

$$= 6 \text{ km/jam} \times 4 \text{ jam}$$

$$= 24 \text{ km} = AC$$

Berdasarkan gambar, jalur tercepat untuk sekoci menuju pulau, lalu kembali ke kapal adalah  $AB + BC$ , sehingga:

$$AB + BC = 48 \rightarrow AB = 48 - BC$$

Gambar berbentuk segitiga siku-siku sehingga:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = (48 - BC)^2 + 24^2$$

$$BC^2 = 2.304 - 96BC + BC^2 + 576$$

$$96BC = 2.304 + 576$$

$$96BC = 2.880$$

$$BC = 30 \text{ km}$$

$$AB = 48 - BC = 48 - 30 = 18 \text{ km}$$

Jadi, jarak maksimum pulau yang dituju dari posisi awal agar sekoci tersebut dapat kembali ke kapal adalah 18 km.

23. Jawaban: Ira, Faris, Firdas, dan Asih

**Pembahasan:**

Siswa yang pernah berkunjung ke perpustakaan sekolah:

- Senin: Ira, Edo, Bibah, Asih, Firdas
- Selasa: Bibah, Faris, Ira, Firdas, Edo, Asih
- Rabu: Edo, Bibah
- Kamis: Faris, Ira, Edo, Tia, Asih
- Jumat: Tia, Edo, Firdas

Sekarang, selidiki satu per satu siswa untuk menemukan siapa yang pernah berkunjung dengan setiap siswa lainnya (selain Edo)

- **Ira**  
Ira pernah berkunjung dengan Edo, Bibah, Asih, Firdas, Faris, dan Tia. (Semua siswa lain)
  - **Faris**  
Faris pernah berkunjung dengan Bibah, Ira, Firdas, Edo, Asih, dan Tia. (Semua siswa lain)
  - **Tia**  
Tia pernah berkunjung dengan Faris, Ira, Edo, Asih, dan Firdas. Namun ia tidak pernah berkunjung dengan Bibah.
  - **Bibah**  
Bibah pernah berkunjung dengan Ira, Edo, Asih, Firdas, dan Faris. Namun, ia tidak pernah berkunjung dengan Tia.
  - **Firdas**  
Firdas pernah berkunjung dengan Ira, Edo, Bibah, Asih, Faris, dan Tia. (Semua siswa lain)
  - **Asih**  
Asih pernah berkunjung dengan Ira, Edo, Bibah, Firdas, Faris, dan Tia. (Semua siswa lain).
- Kesimpulannya, selain Edo, siswa yang pernah berkunjung dengan setiap siswa yang lain adalah Ira, Faris, Firdas, dan Asih.

24. Jawaban: 1.728

**Pembahasan:**

Plat mobil terdiri dari 4 digit berbeda dan 3 huruf berbeda.

- Memilih 4 digit
  - Dipilih 4 digit berbeda dari 1, 2, 3, 4, 5, dan 6 dengan selalu memuat 2, 3, dan 5. Artinya, 3 dari 4 digit sudah ditentukan, yaitu 2, 3, dan 5. Jadi, 1 digit lagi dipilih dari sisanya, yaitu 1, 4, dan 6 (3 pilihan) Banyak cara memilih 1 digit tersebut adalah 3.
  - Susunan diperhatikan, sehingga banyak cara menyusun 4 digit adalah  $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ .
  - Banyak cara memilih 4 digit berbeda yang selalu memuat 2, 3, dan 5  
 $= 3 \times 24 = 72$  cara,
- Memilih 3 huruf
  - Dipilih 3 huruf berbeda dari huruf A, B, C, D, E, dan F dengan selalu memuat A dan B. Artinya, 2 dari 3 huruf sudah ditentukan, yaitu A dan B. Jadi, 1 huruf lagi dipilih dari sisanya, yaitu C, D, E, dan F (4 pilihan). Banyak cara memilih 1 huruf tersebut adalah 4.
  - Susunan diperhatikan, sehingga banyak cara menyusun 3 huruf adalah  $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ .
  - Banyak cara memilih 3 huruf berbeda dengan selalu memuat A dan B adalah  $4 \times 6 = 24$  cara.

Jadi, banyak plat nomor berbeda yang dapat dibentuk adalah  $72 \times 24 = 1.728$ .

25. Jawaban: 3

**Pembahasan:**

Panjang lintasan adalah  $4 \times 100$  meter, sehingga setiap pelari yang dipilih menempuh jarak 100 meter.

Waktu tempuh setiap pelari untuk jarak 100 meter adalah sebagai berikut.

- Waktu tempuh pelari Andi =  $t_A = 100$  m : 12 m/detik =  $8\frac{1}{3}$  detik
- Waktu tempuh pelari Budi =  $t_B = 100$  m : 10 m/detik = 10 detik
- Waktu tempuh pelari Cika =  $t_C = 100$  m : 8 m/detik =  $12\frac{1}{2}$  detik
- Waktu tempuh pelari Dian =  $t_D = 100$  m : 10 m/detik = 10 detik
- Waktu tempuh pelari Edo =  $t_E = 100$  m : 12 m/detik =  $8\frac{1}{3}$  detik

Waktu terbaik tim provinsi B untuk lintasan  $4 \times 100$  meter = 42 detik

Selisih waktu agar tim provinsi A mengalahkan tim provinsi B paling sedikit 1 detik, sehingga waktu yang harus diperoleh tim provinsi A adalah  $t \leq 40 (42 - 2)$ .

Sekarang, selidiki satu per satu kemungkinan 4 pemain yang dipilih.

- Waktu tempuh tanpa Andi  
 $= t_B + t_C + t_D + t_E$   
 $= 10 + 12\frac{1}{2} + 10 + 8\frac{1}{3} = 40\frac{5}{6}$  detik
- Waktu tempuh tanpa Budi  
 $= t_A + t_C + t_D + t_E$   
 $= 8\frac{1}{3} + 12\frac{1}{2} + 10 + 8\frac{1}{3} = 39\frac{1}{6}$  detik
- Waktu tempuh tanpa Cika  
 $= t_A + t_B + t_D + t_E$   
 $= 8\frac{1}{3} + 10 + 10 + 8\frac{1}{3} = 36\frac{2}{3}$  detik
- Waktu tempuh tanpa Dian  
 $= t_A + t_B + t_C + t_E$   
 $= 8\frac{1}{3} + 10 + 12\frac{1}{2} + 8\frac{1}{3} = 39\frac{1}{6}$  detik
- Waktu tempuh tanpa Edo  
 $= t_A + t_B + t_C + t_D$   
 $= 8\frac{1}{3} + 10 + 12\frac{1}{2} + 10 = 40\frac{5}{6}$  detik

Waktu tempuh yang memenuhi  $t \leq 40$  ada 3, yaitu tanpa Budi ( $39\frac{1}{6}$  detik), tanpa Cika ( $36\frac{2}{3}$  detik), dan tanpa Dian ( $39\frac{1}{6}$  detik). Jadi, banyak kombinasi empat pelari estafet tim provinsi A yang dapat dibentuk adalah 3.

## SOAL URAIAN

### 1. Pembahasan:

Bilangan pertama =  $5a$

Bilangan kedua =  $4b^2$

Hasil kali kedua bilangan =  $5a \times 4b^2 \rightarrow$

Syaratnya harus habis dibagi 5

Untuk menentukan nilai terbesar dari hasil kalinya, maka pilih nilai  $a$  dan  $b$  yang memenuhi syarat.

Nilai  $a$  yang memenuhi syarat hanya 0 dan 5, sedangkan nilai  $b$  terbesar adalah 9.

- Untuk  $a = 0$  dan  $b = 9$ , maka hasil kali kedua bilangan adalah  $50 \times 492 = 24.600$ .
- Untuk  $a = 5$  dan  $b = 9$ , maka hasil kali kedua bilangan adalah  $55 \times 492 = 27.060$ .

Oleh karena  $27.060 > 24.600$ , nilai terbesar dari hasil kalinya adalah 27.060.

### 2. Pembahasan:

Diameter tabung A dan B sama, yaitu 42 cm, sehingga:

Jari-jari tabung A = jari-jari tabung B =  $r = 21$  cm

Tinggi tabung A =  $t_A = 45$  cm

Tinggi tabung B =  $t_B$

Tabung A dipotong menjadi 3 bagian, sehingga:

Volume 1 potongan dari tabungan A =  $\frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times t_A$

Tabung B dipotong menjadi 4 bagian, sehingga:

Volume 1 potongan dari tabungan B =  $\frac{1}{4} \times \pi \times r^2 \times t_B$

Karena volume 1 potongan dari tabung A sama dengan volume 1 potongan dari tabung B, maka:

$$\frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times t_A = \frac{1}{4} \times \pi \times r^2 \times t_B$$

$$\frac{1}{3} \times t_A = \frac{1}{4} \times t_B$$

$$t_B = 4 \times \frac{1}{3} \times t_A$$

$$t_B = \frac{4}{3} \times t_A$$

$$t_B = \frac{4}{3} \times 45$$

$$t_B = 60 \text{ cm}$$

Volume tabung A =  $\pi \times r^2 \times t_A = \frac{22}{7} \times 21^2 \times 45 = 62.370 \text{ cm}^3$

Volume tabung B =  $\pi \times r^2 \times t_B = \frac{22}{7} \times 21^2 \times 60 = 83.160 \text{ cm}^3$

Selisih = volume tabung B – volume tabung A =  $83.160 - 62.370 = 20.790 \text{ cm}^3$

### 3. Pembahasan:

Waktu tempuh Adi bersepeda (berangkat 07.00 dan tiba 08.00)

=  $t_M = 1$  jam

Waktu tempuh Budi bersepeda (berangkat 06.30 dan tiba 07.45)

=  $t_M = 75$  menit =  $\frac{5}{4}$  jam

Misalkan jarak antara taman A dan B =  $d$  km

Kecepatan Adi bersepeda =  $\frac{d}{1} = d$  km/jam

Kecepatan Budi bersepeda =  $\frac{d}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{5}d$  km/jam

Oleh karena Budi sudah berjalan 30 menit ( $\frac{1}{2}$  jam) lebih awal daripada Adi, maka jarak yang sudah ditempuhnya ketika Adi berangkat adalah sebagai berikut.

Jarak yang sudah ditempuh Budi sampai pukul 07.00

$$= \frac{4}{5}d \text{ km/jam} \times \frac{1}{2} \text{ jam} = \frac{2}{5}d \text{ km}$$

Artinya, pada pukul 07.00, Budi sudah berada  $\frac{2}{5}$  bagian jalan menuju taman A sehingga jarak antara Adi dan Budi adalah  $1 - \frac{2}{5}d = \frac{3}{5}d \text{ km}$ .

$$\text{Waktu berpapasan} = \frac{\text{Jarak antara Adi dan Budi}}{\text{Kecepatan Adi bersepeda} + \text{Kecepatan Budi bersepeda}}$$

$$= \frac{\frac{3}{5}d}{d + \frac{4}{5}d} = \frac{\frac{3}{5}d}{\frac{5d + 4d}{5}}$$

$$= \frac{\frac{3}{5}d}{\frac{9}{5}d} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{9}$$

$$= \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \text{ jam} = 20 \text{ menit}$$

20 menit setelah pukul 07.00, yaitu 07.20.

Jadi, kedua bus berpapasan pada pukul 07.20.

#### 4. Pembahasan:

Karena 5 bola berbentuk dan berwarna sama, kita hanya memperhatikan banyak kelereng yang dapat dimasukkan ke dalam keranjang merah, kuning, dan biru.

- 2 keranjang kosong (3 cara)

Keranjang Merah	Keranjang Biru	Keranjang Kuning
0	0	5
0	5	0
5	0	0

- 1 keranjang kosong (12 cara)

Keranjang Merah	Keranjang Biru	Keranjang Kuning
0	1	4
0	2	3
0	3	2
0	4	1
1	0	4
2	0	3
3	0	2
4	0	1
1	4	0
2	3	0

3	2	0
4	1	0

- Tidak ada gelas yang kosong (6 cara)

Keranjang Merah	Keranjang Biru	Keranjang Kuning
1	1	3
1	2	2
1	3	1
2	1	2
2	2	1
3	1	1

Jadi, banyak cara yang mungkin untuk mengisi keranjang dengan bola-bola tersebut adalah  $3 + 12 + 6 = 21$  cara.

5. **Pembahasan:**

- a. Tabel yang sudah dilengkapi

A	B	C	D	E	F	G	H	I
1				5				9
	2		4		6		8	
		3				7		
18				14				10
	17		15		13		11	
		16				12		
19				23				27
	20		22		24		26	
		21				25		

- b. Perhatikan pola susunan bilangan pada tabel.

A	B	C	D	E	F	G	H	I
1				5				9
	2		4		6		8	
		3				7		
18				14				10
	17		15		13		11	
		16				12		
19				23				27
	20		22		24		26	
		21				25		

- 3 baris pertama = bagian ke-1
- bilangan mulai dari kiri
- 3 baris kedua = bagian ke-2
- bilangan mulai dari kanan

Banyak bilangan pada setiap 3 baris adalah 9.

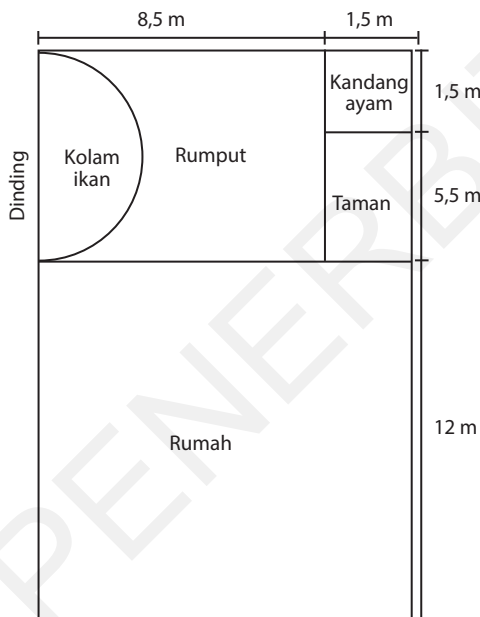
Misalkan 3 baris pertama disebut bagian 1, 3 baris kedua disebut bagian 2, dan seterusnya. Cara menentukan posisi bilangan 2.026 adalah sebagai berikut.

- Tentukan posisi bilangan 2.026 berada pada bagian ke berapa.  
 Karena banyak bilangan pada setiap bagian adalah 9, maka  $2.026 : 9 = 225$  lebih 1.  
 Jadi, posisi bilangan 2.026 berada pada bagian ke-226.
- Tentukan posisi bilangan 2.026 berada pada kolom ke berapa.  
 Perhatikan bagian ke-1, ke-3, dan seterusnya (ganjil) mulai dari kiri, sedangkan bagian ke-2, ke-4, dan seterusnya (genap) mulai dari kanan.  
 Karena 2026 berada pada bagian ke-226 (genap), maka bilangan mulai dari kanan. Karena bilangan terakhir pada bagian ke-225 adalah  $225 \times 9 = 2.025$ , maka bilangan pertama pada bagian ke-226 adalah 2.026.

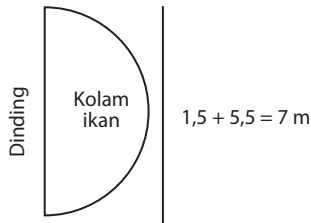
A	B	C	D	E	F	G	H	I
2.034				2.030				2.026
	2.033		2.031		2.029		2.027	
		2.032				2.028		

Jadi, bilangan 2.026 terletak pada kolom terakhir, yaitu I.

6. Pembahasan:



- Kolam ikan

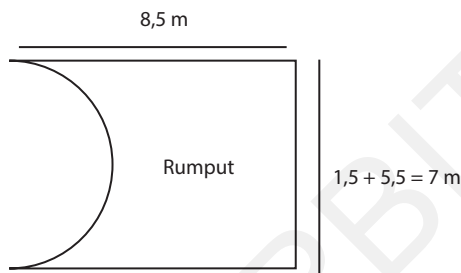


Keliling kolam = keliling lengkungan setengah lingkaran

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times \text{keliling lingkaran} \\
 &= \frac{1}{2} \times \pi \times \text{diameter} \\
 &= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 7 \\
 &= 11 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Biaya pemasangan batu alam} &= 11 \times 200.000 \\
 &= \text{Rp}2.200.000
 \end{aligned}$$

- Area rumput

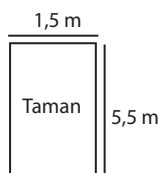


Luas area rumput

$$\begin{aligned}
 &= \text{luas persegi panjang} - \text{luas setengah lingkaran} \\
 &= \text{panjang} \times \text{lebar} - \frac{1}{2} \times \pi \times \text{jari-jari} \times \text{jari-jari} \\
 &= 8,5 \times 7 - \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 3,5 \times 3,5 \\
 &= 59,5 - 19,25 \\
 &= 40,25 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Biaya penanaman rumput jepang} &= 40,25 \times 150.000 \\
 &= \text{Rp}6.037.500
 \end{aligned}$$

- Area tanaman



$$\begin{aligned}
 \text{Luas area tanaman} &= \text{luas persegi panjang} \\
 &= \text{panjang} \times \text{lebar} \\
 &= 5,5 \times 1,5 \\
 &= 8,25 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

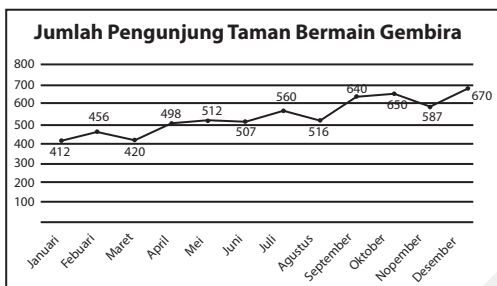
Banyak bibit tanaman bunga mawar yang diperlukan (1 bibit tanaman  $0,75 \text{ m}^2$ )  
 $= 8,25 : 0,75 = 11$  bibit

Biaya pembelian bibit tanaman bunga mawar  $= 11 \times 25.000$   
 $= \text{Rp}275.000$

Biaya yang harus dikeluarkan  $= 2.200.000 + 6.037.500 + 275.000$   
 $= \text{Rp}8.512.500$

## 7. Pembahasan:

Perhatikan diagram berikut.



a. Penurunan jumlah pengunjung dalam satu tahun:

- Besar penurunan Februari-Maret  $= 456 - 420 = 36$  orang
- Besar penurunan Mei-Juni  $= 512 - 507 = 5$  orang
- Besar penurunan Juli-Agustus  $= 560 - 516 = 44$  orang
- Besar penurunan Oktober-November  $= 650 - 587 = 63$  orang

b. Penurunan jumlah pengunjung terbanyak terjadi pada Oktober-November, yaitu sebanyak 63 orang.

## 8. Pembahasan:

Kita perlu membentuk bilangan ratusan  $abc$  dengan digit berbeda dari 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (9 angka), dan bilangan tersebut harus kelipatan 5. Syarat  $abc$  adalah kelipatan 5, yaitu digit terakhirnya ( $c$ ) adalah 0 dan 5.

- Digit terakhir  $c = 0$ 
  - Kemungkinan digit  $a$  dapat dipilih dari 8 angka kecuali 0 karena angka 0 sudah dipilih untuk  $c$ . Jadi, ada 8 pilihan untuk  $a$ .
  - Kemungkinan digit  $b$  dapat dipilih dari 7 angka karena angka 0 sudah dipilih untuk  $c$  dan 1 angka sudah dipilih untuk  $a$ . Jadi, ada 7 pilihan untuk  $b$ .

Banyak kemungkinan  $= 8 \times 7 = 56$ .

- Digit terakhir  $c = 5$ 
  - Kemungkinan digit  $a$  dapat dipilih dari 7 angka karena  $a$  tidak boleh 0 dan 5 sudah dipilih untuk  $c$ . Jadi, ada 7 pilihan untuk  $a$ .
  - Kemungkinan digit  $b$  dapat dipilih dari 7 angka karena  $b$  boleh 0 dan sebanyak 1 angka sudah dipilih untuk  $a$ . Jadi, ada 7 pilihan untuk  $b$ .

Banyak kemungkinan =  $7 \times 7 = 49$

Jadi, banyak bilangan  $abc$  yang mungkin adalah  $56 + 49 = 105$ .

9. **Pembahasan:**

Misalkan dua bilangan asli tersebut adalah  $a$  dan  $b$  dengan  $a > b$ .

$$a - b = 44 \quad \dots (1)$$

$$\frac{a}{b} = 6 \text{ sisa } 4, \text{ artinya } a = 6b + 4 \quad \dots (2)$$

Substitusi (2) ke (1):

$$a - b = 44$$

$$(6b + 4) - b = 44$$

$$5b + 4 = 44$$

$$5b = 44 - 4$$

$$5b = 40$$

$$b = 40 : 5$$

$$b = 8$$

Substitusi nilai  $b$  ke (2):

$$a = 6b + 4 = 6(8) + 4 = 48 + 4 = 52$$

Hasil kali  $a$  dan  $b$ :

$$a \times b = 52 \times 8 = 416$$

Jadi, hasil kali kedua bilangan tersebut adalah 416.

10. **Pembahasan:**

Kemungkinan bilangan pada petak yang dipilih Adi disajikan pada tabel berikut.

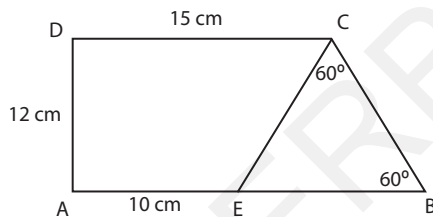
Bilangan 1	Bilangan 2	Bilangan 3	Jumlah
1	5	3	$1 + 5 + 3 = 9$
1	5	9	$1 + 5 + 9 = 15$
1	5	7	$1 + 5 + 7 = 13$
2	4	8	$2 + 4 + 8 = 14$
2	6	8	$2 + 6 + 8 = 16$
3	5	1	$3 + 5 + 1 = 9$
3	5	7	$3 + 5 + 7 = 15$
3	5	9	$3 + 5 + 9 = 17$

4	2	6	$4 + 2 + 6 = 12$
4	8	6	$4 + 8 + 6 = 18$
6	2	4	$6 + 2 + 4 = 12$
6	8	4	$6 + 8 + 4 = 18$
7	5	1	$7 + 5 + 1 = 13$
7	5	3	$7 + 5 + 3 = 15$
7	5	9	$7 + 5 + 9 = 21$
8	4	2	$8 + 4 + 2 = 14$
8	6	2	$8 + 6 + 2 = 16$
9	5	7	$9 + 5 + 7 = 21$
9	5	1	$9 + 5 + 1 = 15$
9	5	3	$9 + 5 + 3 = 17$

Kemungkinan lompatan Adi yang sesuai dengan aturan adalah  $1 \rightarrow 5 \rightarrow 7, 7 \rightarrow 5 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 5 \rightarrow 9, 9 \rightarrow 5 \rightarrow 3$ .

#### 11. Pembahasan:

Perhatikan gambar berikut.



Jumlah sudut dalam segitiga  $BCE = 180^\circ$

$$\angle ECB + \angle CBE + \angle BEC = 180^\circ$$

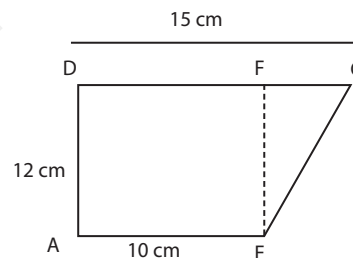
$$60^\circ + 60^\circ + \angle BEC = 180^\circ$$

$$120^\circ + \angle BEC = 180^\circ$$

$$\angle BEC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

Karena  $\angle ECB = \angle CBE = \angle BEC = 60^\circ$ , maka  $BCE$  adalah segitiga sama sisi dengan  $BC = BE = CE$ .

Perhatikan trapesium  $AECD$  berikut.



$$CF = CD - DF$$

$$= CD - AE$$

$$= 15 - 10$$

$$= 5 \text{ cm}$$

$$EF = AD = 12 \text{ cm}$$

$$CE = \sqrt{CF^2 + EF^2}$$

$$= \sqrt{5^2 + 12^2}$$

$$= \sqrt{25 + 144}$$

$$= \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

$$BC = CE = 13 \text{ cm}$$

12. **Pembahasan:**

Banyak lantai dan rooftop = 5 (lantai 1-4 dan rooftop)

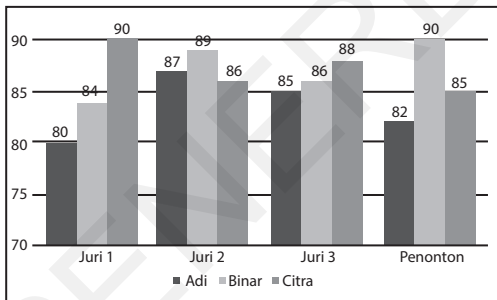
Banyak cara naik turun = 2 (lift dan tangga)

- Banyak cara naik dari lantai 1 ke lantai 2 = 2
- Banyak cara naik dari lantai 2 ke lantai 3 = 2
- Banyak cara naik dari lantai 3 ke lantai 4 = 2
- Banyak cara naik dari lantai 4 ke rooftop = 1
- Banyak cara turun dari rooftop ke lantai 4 = 1
- Banyak cara turun dari lantai 4 ke lantai 3 = 2
- Banyak cara turun dari lantai 3 ke lantai 2 = 2

Jadi, banyak cara Tiara dan keluarganya melakukan kegiatan di hotel dan kembali lagi ke kamar adalah  $2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 \times 2 \times 2 = 32$ .

13. **Pembahasan:**

Perhatikan gambar berikut.



- a. Nilai Adi dari penonton = 82  
 Nilai Binar dari penonton = 90  
 Nilai Citra dari penonton = 85  
 Nilai tertinggi dari penonton adalah 90 (nilai Binar). Jadi, juara favorit adalah Binar.
- b. Perhitungan nilai masing-masing finalis adalah sebagai berikut.

- Nilai akhir Adi  

$$= 75\% \left( \frac{80 + 87 + 85}{3} \right) + 25\%(82)$$

$$= 63 + 20,5 = 83,5$$

- Nilai akhir Binar  

$$= 75\% \left( \frac{83 + 89 + 86}{3} \right) + 25\%(90)$$

$$= 64,5 + 22,5 = 87$$

- Nilai akhir Citra  

$$= 75\% \left( \frac{90 + 86 + 88}{3} \right) + 25\%(85)$$

$$= 66 + 21,25 = 87,25$$

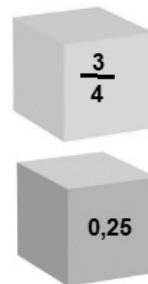
Nilai tertinggi adalah 87,25 (nilai Citra).  
 Jadi, juara umum adalah Citra.

**SOAL EKSPLORASI**

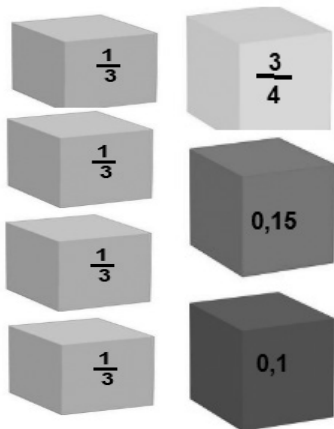
1. **Pembahasan:**

Beberapa susunan kubus yang sesuai dengan ketentuan adalah sebagai berikut.

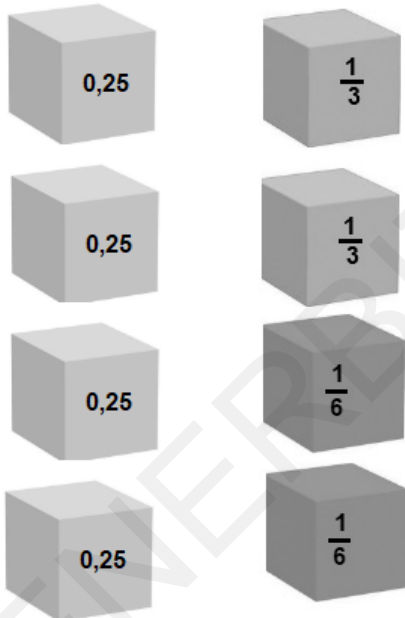
- Susunan dua kubus



- Susunan tiga kubus



- Susunan empat kubus



2. **Pembahasan:**

Susunan-susunan persegi yang memenuhi syarat adalah sebagai berikut.

11	14
3	10

$$11 \times 3 \times 14 \times 10 = 4.620$$

15	4
8	9

$$15 \times 8 \times 4 \times 9 = 4.320$$

4	16
9	1

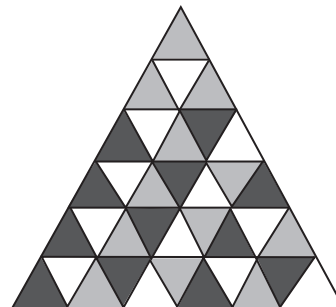
$$4 \times 9 \times 16 \times 1 = 576$$

Nilai D maksimum adalah 4.620.

Jadi, empat petak bilangan agar D maksimum adalah 11, 3, 14, dan 10.

3. **Pembahasan:**

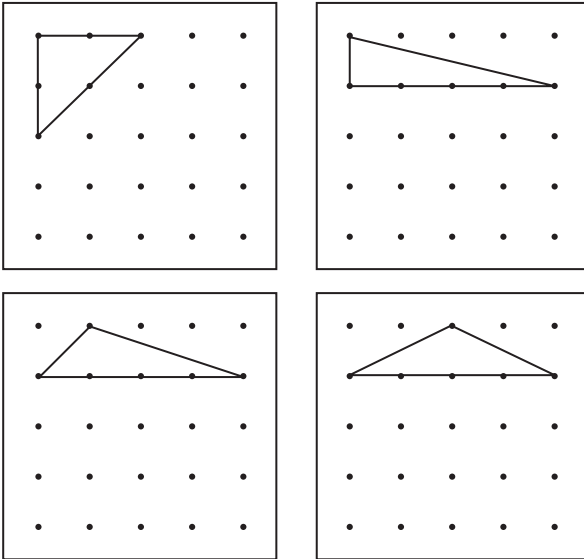
Agar memenuhi syarat, segitiga sama sisi dengan tiga warna disusun menggunakan pola selang-seling seperti berikut.



Pada tingkat ke-5 sudah tidak memakai segitiga berwarna merah karena sudah habis.

4. **Pembahasan:**

Beberapa kemungkinan segitiga yang memuat 6 paku adalah sebagai berikut.



5. **Pembahasan:**

	3		2		0			
11	A	5	5	P	9	9	I	11
	6		0				2	
	6		0				2	
7	B	8	8	I	4	4	S	6
	1		10				12	
	1		10				12	
8	L	7	7	E	3	3	M	4
	11		1				5	

6. Pembahasan:

- Nilai  $a$

Faktor dari 102 adalah 1, 2, 3, 6, 17, 34, 51, dan 102. Faktor dari 102 yang merupakan bilangan prima dua digit hanya 17. Jadi, nilai  $a = 17$ .

Bilangan prima dua digit yang merupakan salah satu faktor dari 102.

- Nilai  $b$

Bilangan genap dua digit yang memiliki faktor prima 7 adalah 14, 28, 42, 56, 70, 84, 98.

Bilangan tersebut yang selisih kedua digitnya adalah 2 hanya 42. Jadi, nilai  $b = 42$ .

- Nilai  $c$

$$160 = 2^5 \times 5$$

Faktor prima dari 160 adalah 2 dan 5.

Faktor prima ganjil dari 160 adalah 5.

Jadi, nilai  $c = 5$

- Nilai  $d$

Bilangan palindrom kubik tiga digit hanya 343. Digit kedua dari 343 adalah 4. Jadi, nilai  $d = 4$

	+	17	=	42
+		=		×
	:		=	
-		+		-
	×	5	=	
=				=
	-		=	4

Setelah menemukan nilai  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , dan  $d$ , lengkapi teka-teki dengan bilangan yang tepat. Hasilnya adalah sebagai berikut.

25	+	17	=	42
+		=		×
24	:	12	=	2
-		+		-
16	×	5	=	80
=				=
33	-	29	=	4